REVISTA TÓPICOS
ISSN 2965-6672 | Qualis A2

PLANEJAMENTO DE ROTAS DE COLETA SELETIVA: UMA ABORDAGEM POR PROGRAMAÇÃO LINEAR INTEIRA

SELECTIVE WASTE COLLECTION ROUTE PLANNING: AN INTEGER LINEAR PROGRAMMING APPROACH

Ciências Exatas e da Terra • 18/11/2026

REGISTRO DOI: 10.70773/revistatopicos/794760304

Daniela Alves da Silveira Moura[1]
Patrícia Milagre de Freitas
Erasmo Tales Fonseca
Alessandro de Faria Sousa

RESUMO

Este artigo apresenta uma proposta para a coleta seletiva na cidade de Divinópolis, utilizando a programação linear inteira e, como comparativo, o algoritmo do vizinho mais próximo. A coleta seletiva é uma estratégia importante para a redução dos impactos ambientais causados pelo descarte inadequado de resíduos, promovendo a sustentabilidade e a preservação dos recursos naturais. A proposta busca contribuir para a continuidade de uma iniciativa de coleta seletiva iniciada na cidade em 2024, sugerindo novos pontos de coleta e analisando percursos entre 12 locais. Para a modelagem matemática, foram utilizadas a teoria dos grafos e a programação linear inteira, com base no problema do caixeiro-viajante. Os cálculos foram realizados no Microsoft Excel, com auxílio da ferramenta Solver, e os resultados foram comparados com os obtidos pelo algoritmo do vizinho mais próximo. A rota encontrada por meio da programação linear inteira apresentou distância total de 29 km, enquanto as duas rotas obtidas pelo algoritmo do vizinho mais próximo totalizaram 41,4 km e 44,8 km. Considerando um cenário hipotético de 20 dias de coleta por mês, a rota de menor distância apresentou gastos estimados com combustível inferiores aos das demais rotas. Os resultados evidenciam a contribuição da programação linear inteira para o planejamento de percursos de coleta seletiva, embora a aplicação prática da proposta dependa de estudos complementares.

Palavras-chave: Programação linear inteira; Coleta seletiva; Teoria dos grafos; Otimização de rotas.

ABSTRACT

This article presents a proposal for selective waste collection in the city of Divinópolis, using integer linear programming and, for comparison, the nearest neighbor algorithm. Selective waste

collection is an important strategy for reducing the environmental impacts caused by improper waste disposal, promoting sustainability and the preservation of natural resources. The proposal seeks to contribute to the continuation of a selective waste collection initiative launched in the city in 2024 by suggesting additional collection points and analyzing routes connecting 12 locations. Graph theory and integer linear programming, based on the traveling salesman problem, were used for the mathematical modeling. The calculations were performed using Microsoft Excel with the Solver add-in, and the results were compared with those obtained using the nearest neighbor algorithm. The route obtained through integer linear programming had a total distance of 29 km, while the two routes obtained using the nearest neighbor algorithm totaled 41.4 km and 44.8 km. Considering a hypothetical scenario of 20 collection days per month, the shortest route presented lower estimated fuel costs than the other routes. The results highlight the contribution of integer linear programming to selective waste collection route planning, although the practical implementation of the proposal requires further studies.
Keywords: Integer linear programming; Selective waste collection; Graph theory; Route optimization.

INTRODUÇÃO

A preocupação com o meio ambiente tem levado cidades a pensar em estratégias para a sua conservação. Diante disso, a coleta seletiva surge como solução parcial para reduzir os impactos causados pelo descarte incorreto de materiais. Segundo Ribeiro e Besen (2007), os primeiros projetos de coleta seletiva no Brasil começaram a partir de 1986. Os autores também relacionam o aumento da produção de resíduos ao Produto Interno Bruto (PIB), indicando que países mais

ricos tendem a produzir maiores quantidades de lixo. A situação no Brasil, segundo pesquisa do Datafolha, mostra que 54% dos brasileiros dizem ter coleta seletiva em sua cidade e 33% dos que possuem esse serviço não separam os recicláveis (Folha de S. Paulo, 2024).

Em Divinópolis não é diferente. A cidade possui coleta seletiva de materiais recicláveis, contudo, esse serviço enfrenta desafios, como a necessidade de ampliar os pontos de coleta e a insuficiência de colaboração por parte da população. Além da participação dos moradores, o planejamento dos percursos entre os pontos de coleta também constitui uma questão importante, uma vez que as distâncias percorridas podem influenciar os custos do transporte dos materiais.

Esta pesquisa tem o objetivo de desenvolver um modelo de programação linear inteira, baseado no problema do caixeiro-viajante, para analisar uma proposta de rotas de coleta seletiva em Divinópolis. Assim, busca contribuir para a continuidade de um projeto de coleta seletiva iniciado na cidade no ano de 2024, propondo novos pontos de coleta e comparando os percursos obtidos pela programação linear inteira e pelo algoritmo do vizinho mais próximo. O modelo será representado por meio da teoria dos grafos, e sua resolução será realizada com o auxílio da ferramenta Solver do Microsoft Excel. A escolha dessa abordagem se justifica pela possibilidade de determinar percursos de menor distância entre os pontos estabelecidos, contribuindo para a análise de alternativas que possam reduzir os custos com combustível.

Diante do exposto, este artigo busca contribuir para o planejamento de rotas de coleta seletiva em Divinópolis por meio da modelagem

matemática. Embora a programação linear já tenha sido utilizada em estudos sobre coleta seletiva, como o de Ferreira et al. (2015), a presente pesquisa analisa uma proposta específica para o município de Divinópolis, considerando 12 locais de interesse para a coleta seletiva e comparando os percursos obtidos pela programação linear inteira e pelo algoritmo do vizinho mais próximo. Essa comparação permite examinar as diferenças entre as distâncias encontradas e estimar seus efeitos sobre os gastos com combustível, oferecendo subsídios para o planejamento da coleta seletiva no município.

FUNDAMENTOS TEÓRICOS DA MODELAGEM DE ROTAS

Coleta seletiva e sustentabilidade urbana

De acordo com a Constituição da República Federativa do Brasil, capítulo IV – Do Meio Ambiente, “Todos têm direito ao meio ambiente ecologicamente equilibrado, bem de uso comum do povo e essencial à sadia qualidade de vida, impondo-se ao Poder Público e à coletividade o dever de defendê-lo e preservá-lo para as presentes e futuras gerações.” (BRASIL, 1988, art. 225). Assim, é preciso pensar em estratégias para conservar o meio ambiente.

Segundo Silva:

> *Emerge, assim, o interesse da sociedade moderna em aprofundar o conhecimento sobre a proteção dos recursos naturais, com o intuito de amenizar ou mesmo anular agressões ao meio ambiente e associá-lo ao desenvolvimento econômico. Esse interesse advém principalmente da necessidade de garantir condições à coletividade de usufruir das riquezas do meio ambiente, mas, ao mesmo tempo, assegurar a preservação delas para a sociedade contemporânea e para as futuras gerações. (2020, p.3)*

De acordo com Moraes e Turolla (2004), o Brasil enfrenta problemas ambientais relacionados à poluição atmosférica, ao descarte inadequado de resíduos, à poluição hídrica e ao desflorestamento. Esses problemas reforçam a necessidade de estratégias que reduzam os impactos ambientais. Entre elas, destaca-se a coleta seletiva, discutida por Ferreira et al. (2015).

Segundo Ferreira et al. (2015), uma das soluções para a melhor conservação do planeta é a coleta seletiva de materiais recicláveis, uma vez que esta proporciona a preservação do meio ambiente e diminui as áreas de aterro sanitário. Com ela, podemos reaproveitar certos tipos de materiais que seriam desperdiçados, diminuindo assim o impacto ambiental. Esta prática se baseia na separação de resíduos de diferentes tipos, como plástico, papel, vidro, papelão e metal permitindo que sejam reaproveitados. Além disso, irá contribuir de forma significativa para a limpeza das cidades, evitando contratempos como a obstrução de alguns bueiros que consequentemente levam a enchentes, assim como diminui a poluição causada pelo descarte incorreto dos resíduos em locais inapropriados.

Conforme Waite (1995, citado por Ribeiro e Besen, 2007, p. 4) “entre as vantagens ambientais da coleta seletiva destacam-se: a redução do uso de matéria-prima virgem e a economia dos recursos naturais renováveis e não renováveis.”

> *Cabe também ressaltar a valorização econômica dos materiais recicláveis e seu potencial de geração de negócios, trabalho e renda. A coleta seletiva, além de contribuir significativamente para a sustentabilidade urbana, vem incorporando gradativamente um perfil de inclusão social e geração de renda para os setores mais carentes e excluídos do acesso aos mercados formais de trabalho (Singer, 2002, apud Ribeiro e Besen, 2007, p. 4).*

Segundo Bringhenti (2004), o descarte de materiais potencialmente recicláveis junto a outros resíduos pode comprometer sua qualidade devido à contaminação, reduzindo as possibilidades de recuperação. Assim, além da organização do serviço de coleta, a participação da população e as medidas adotadas pelas autoridades locais são importantes para o aproveitamento desses materiais.

Considerando os problemas ambientais apresentados e as contribuições da coleta seletiva, passa-se à contextualização desse serviço em Divinópolis, município para o qual será proposta a análise de rotas.

Coleta seletiva e planejamento de rotas em Divinópolis

A cidade de Belo Horizonte constitui um exemplo de organização da coleta seletiva. Segundo as informações apresentadas por Pimenta et al. (2022), o município iniciou esse serviço em 1995 e passou a

contar com as modalidades porta a porta e ponto a ponto. Na modalidade ponto a ponto, a população pode depositar materiais recicláveis nos locais disponibilizados para essa finalidade.

Destaca-se que a coleta Porta a Porta ocorre quando o caminhão percorre todas as ruas de um determinado bairro, coletando os materiais recicláveis deixados pela população em suas portas. Já a coleta Ponto a Ponto refere-se a pontos de depósito espalhados pela cidade, disponíveis 24 horas para o uso da população.

Como incentivo à participação da população, pode-se considerar para a colaboração da população, como por exemplo a iniciativa do IPTU verde, que é uma política pública adotada por determinadas cidades que incentivam atitudes sustentáveis, e, cada cidade tem suas próprias condições para o incentivo. Para cada ação sustentável (separação de recicláveis, implementação da energia solar, construção saudável, entre outras) é determinado um valor de desconto no IPTU do imóvel. Existem algumas maneiras de determinar o desconto, como o percentual fixo. A prefeitura irá determinar um valor específico de abatimento para uma ou mais medidas de sustentabilidade. (BV, 2023)

Assim como a capital mineira, Divinópolis, objeto de estudo deste trabalho, localizada no centro-oeste de Minas Gerais, possui coleta porta a porta de materiais recicláveis. Conforme as informações municipais consultadas para a elaboração da pesquisa, em 2024 a prefeitura e a SEMSUR iniciaram a modalidade ponto a ponto, com três ecopontos: na SEMSUR, na rodoviária e na prefeitura. A proposta deste artigo toma essa iniciativa como referência e sugere outros pontos de coleta, para os quais serão analisados percursos por meio de métodos matemáticos.

A coleta ponto a ponto pode ser mais viável quando a população apresenta responsabilidade social, uma vez que exige que a pessoa vá a um local um pouco mais distante de sua casa para depositar. Além de custar menos no que se refere ao transporte dos materiais, dado que o caminhão irá passar apenas por pontos específicos e não por todas as ruas da cidade como é feita na coleta porta a porta (Bernardo; Lima, 2015).

Salienta-se ainda que foi traçado uma meta de aumento de 4% para 30% da reciclagem de resíduos sólidos (papel, plástico, metal e vidro) e de um aumento de 60% da reciclagem de resíduos líquidos (água contaminada, óleos usados), ambos no prazo de 10 anos (Câmara Municipal de Divinópolis, 2018).

É importante ressaltar que Divinópolis possui um centro de triagem de resíduos sólidos, que segundo a prefeitura de Divinópolis (2023) garrafas pet e de vidro, papel, papelão, latinhas, plásticos, cobre, ferro, janelas e portas de demolição são materiais que podem ser recolhidos pelo local. O Centro de triagem localiza-se em avenida Dos Estados, n° 71 no bairro Icaraí. Funciona de segunda a sexta das 7h às 14h.

Diante do exposto, escolhemos utilizar a programação linear inteira para analisar rotas de coleta seletiva ponto a ponto. Como comparação, utilizaremos o algoritmo do vizinho mais próximo, considerando as distâncias entre os locais definidos na proposta.

A roteirização permite analisar percursos entre pontos geograficamente dispersos e buscar alternativas de menor distância. Segundo Júnior e Arantes (2019, p. 18), “A roteirização se faz necessária para ter uma programação operacional que atenda

pontos e localidades geograficamente dispersos, beneficiando a população de maneira igual, e ao mesmo tempo, gastando o mínimo de recursos financeiros possível.” Neste trabalho, a distância percorrida será o critério matemático de comparação; possíveis reduções de custos e de impactos ambientais dependerão das condições de aplicação das rotas.

Teoria dos grafos e programação linear inteira

Para construir o modelo a ser otimizado, utilizaremos a teoria dos grafos e a programação linear inteira. A teoria dos grafos permitirá representar os pontos de coleta e as ligações entre eles, às quais serão associadas as distâncias consideradas. A programação linear inteira será utilizada para formular a função objetivo e as restrições do problema, com variáveis de decisão binárias.

Segundo Jurkiewicz e Boaventura Netto (2017, p.7) “Um modelo é uma simplificação de uma realidade com a qual nos interessa trabalhar, construída de modo a conter aquilo que mais nos interessa e de forma que nos permita obter as respostas de que necessitamos.”

Para encontrar o caminho mínimo ou caminho ótimo entre os pontos estabelecidos anteriormente, utilizaremos a programação linear que segundo Loesch e Hein (2009, p.3) se define como: “resolução de problemas de maximização (como lucro) ou minimização (como custo) de algum objetivo, atendendo a um conjunto de restrições. Parte da modelagem culmina na obtenção da solução ótima.”. Além disso, necessitaremos que as variáveis do problema sejam inteiras e binárias.

Para modelar um problema de programação linear, devem ser determinados, segundo Loesch e Hein (2009):

- As variáveis do problema: tudo aquilo que podemos ter controle e deseja-se atribuir valor.

- A função objetivo: Para maximizar ou minimizar um problema, determina-se uma função com as variáveis do problema.

- As restrições: expressas em função das variáveis do problema, e limitam as combinações das variáveis a um valor limite.

O modelo genérico de programação linear pode ser escrito como:

$$\{Max,\ Min\}\ Z = c_1 x_1 + c_2 x_2 + \ \dots\ + c_n x_n$$

Sujeito a:

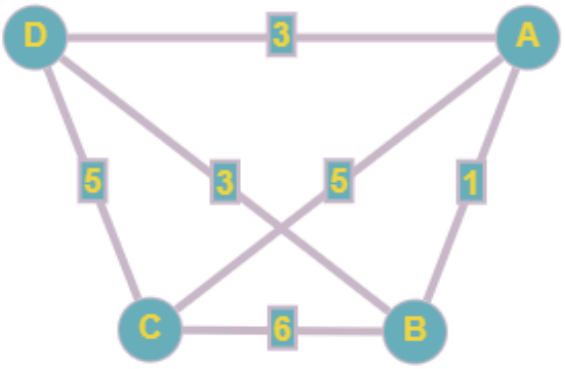
$$a_{11} x_1 + a_{12} x_2 + \ \dots\ + a_{1n} x_n\ \{=,\ \leq,\ \geq\}\ b_1$$
$$a_{21} x_1 + a_{22} x_2 + \ \dots\ + a_{2n} x_n\ \{=,\ \leq,\ \geq\}\ b_2$$
$$\dots\ \dots\ \dots\ \dots\ \dots\ \dots\ \dots\ \dots\ \dots\ \dots\ \dots\ \dots\ \dots\ \dots\ .$$
$$a_{m1} x_1 + a_{m2} x_2 + \ \dots\ + a_{mn} x_n\ \{=,\ \leq,\ \geq\}\ b_m$$
$$x_1, x_2, \ \dots\ , x_n \geq 0$$

No modelo matemático mostrado anteriormente, deve-se interpretar: $x_1, x_2, \ \dots\ , x_n$ como as variáveis do problema; $c_1, c_2, \ \dots\ , c_n$ como os coeficientes da função objetivo; $a_{ij}\ e\ b_j$ são os coeficientes das restrições. Os coeficientes b_j da mão direita devem ser maiores ou iguais a zero, exigência imposta pela teoria do método Simplex; A representação $\{=,\ \leq,\ \geq\}$ indica que cada restrição irá possuir apenas uma dessas relações; A função objetivo expressa a meta que se deseja atender. Essa meta ou será de maximização $(Max\ Z = \cdots)$ ou de minimização $(Min\ Z\ =\ \cdots)$. (Loesch e Hein, 2009)

O método Simplex é um processo algébrico iterativo que se inicia por meio de uma solução básica possível inicial e a cada iteração esta solução é melhorada com base na função objetivo até atingir seu valor ótimo (Belfiore; Favero, 2012).

Simplificaremos os locais de visita do caminhão que irá fazer a coleta na cidade de Divinópolis por meio de grafos. Um grafo é uma estrutura matemática composta por um conjunto de vértices (nós) e um conjunto de arestas, chamados de V e E, respectivamente, representado matematicamente por G = (V, E). O grafo que possuir todas as arestas possíveis dentro do seu conjunto de vértices, é chamado de grafo completo denotado por K_V (Netto; Jurkiewicz, 2017). Um grafo pode ser orientado ou não orientado. Segundo Arenales, et. al. (2015, p. 458) “um grafo orientado é representado de forma análoga ao grafo, porém, o arco (i, j) é representado por uma flecha de i para j, indicando uma orientação relevante.”. Além disso, um grafo pode ser valorado, quando suas arestas possuírem um peso. Segundo Gomes (2022, p. 19) “grafo completo é um grafo simples em que cada par de vértices distintos é adjacente.” E dentro de um grafo G qualquer, denomina-se subgrafo, um grafo cujos vértices e arestas são vértices e arestas do grafo G (Gomes, 2022).

Figura 1. Grafo valorado completo não orientado com 4 vértices (K_4)



Fonte: os autores

No caso deste artigo, os vértices representam os pontos de coleta, a garagem e o centro de triagem. As ligações entre esses vértices representam os deslocamentos considerados, cujas distâncias foram obtidas com auxílio do Google Maps. A rota proposta parte do pátio da SEMSUR, passa pelos pontos de coleta e pelo centro de triagem e retorna ao ponto inicial.

Nos basearemos em um problema bastante conhecido, chamado “o problema do caixeiro viajante”. De acordo com Arenales, et. al:

> *Problemas de caixeiro-viajante (CV) envolvem um conjunto de cidades, em que o caixeiro sai de uma cidade base ou um depósito, visita todas as cidades ou um subconjunto delas somente uma vez, e retorna à cidade base de modo a otimizar um ou mais objetivos. Problemas de caixeiro viajante pertencem à classe de problemas de roteamento em nós, e são definidos em grafos orientados ou não orientados. (2015, p. 249).*

Para um possível modelo matemático do tema do caixeiro-viajante, iremos utilizar um grafo valorado completo não orientado. Considere um Grafo $G = (N, A)$ em que N é o conjunto de n cidades e A o conjunto de arestas entre as cidades. As arestas possuem um custo tal que o custo $c_{ij} \neq c_{ji}$ e os autores Dantzig, Fulkerson e

Johnson (1954, citado por Belfiore e Favero, 2012) modelaram da seguinte maneira:

Parâmetros do modelo:

c_{ij} distância da cidade i para a cidade j, $i = 1, \ldots, n$ e $j = 1, \ldots, n$.

Variáveis de decisão:

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & se\ o\ caixeiro\ viajante\ vai\ diretamente\ da\ cidade \\ 0, & caso\ contrário \end{cases}$$

Formulação matemática

$$F_{obj} = \min Z = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} c_{ij}\, x_{ij} \qquad (1)$$

Sujeito a:

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij} = 1, \quad \forall j \in N \qquad restrição\ de\ saída\ (2)$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = 1, \quad \forall i \in N \qquad restrição\ de\ entrada\ (3)$$

$$\sum_{(i,j) \in S} x_{ij} \leq |S| - 1, \quad \forall S \subset N,\ S \neq \emptyset \qquad exclusão\ de\ sub\text{-}rotas\ (4)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall i, j \in N \qquad variáveis\ binárias\ (5)$$

A função objetivo (1) busca minimizar a distância total da rota. As restrições (2) e (3) garantem que cada vértice seja visitado uma única vez. A restrição (4) impede que haja formação de sub-rotas, que são vários subgrafos cíclicos (quando os vértices e arestas não se repetem, com exceção do vértice inicial/final) desconexos entre si, impedindo que dois pontos quaisquer tenham um caminho entre eles. Seja S um subgrafo de G e |S| representa a cardinalidade do conjunto de arestas desse subgrafo, logo ao tomarmos as arestas

desse subgrafo (sub-rota) e limitarmos o seu tamanho a uma aresta a menos, teremos a eliminação da sub-rota formada. Finalmente, a restrição (5) impõe que as variáveis de decisão sejam binárias. (Belfiore e Fávero, 2012)

Como resultado, buscaremos encontrar um ciclo hamiltoniano de menor custo, que é um ciclo que inclua todos os seus vértices apenas uma vez. Além disso, a quantidade de ciclos hamiltonianos em um grafo completo é dado por $\frac{(n-1)!}{2}$ onde n é a quantidade de vértices (Gomes, 2022). A figura a seguir mostra a quantidade de ciclos hamiltonianos e o tempo aproximado de processamento supondo que cada ciclo levasse 0,2 ηs para ser calculado:

Figura 2. Tabela da quantidade de ciclos hamiltonianos em grafo completo

n	ciclos	tempo
1	0	0
5	12	2,4 ηs
10	181.440	36,29 μs
15	43.589.145.600	8,71 s
20	$6,08 \cdot 10^{16}$	140 dias
30	$4,42 \cdot 10^{30}$	28 trilhões de anos

Fonte: Adaptado de Gomes (2022)

Para resolver o problema do caixeiro viajante, faremos uso do software Excel, que é um programa que trabalha por meio de tabelas para apresentar dados ou realizar cálculos de forma organizada. Usaremos a função Solver, que de acordo com o site da Microsoft:

> *O Solver é um suplemento do Microsoft Excel que você pode usar para teste de hipóteses. Use o Solver para encontrar um valor ideal (máximo ou mínimo) para uma fórmula em uma célula — conforme restrições, ou limites, sobre os valores de outras células de fórmula em uma planilha. (Microsoft, 2024)*

Como comparativo ao resultado da programação linear inteira, utilizaremos o algoritmo do vizinho mais próximo. Trata-se de um método heurístico que permite construir uma rota a partir de escolhas sucessivas do ponto ainda não visitado mais próximo, mas não garante a obtenção da menor distância total.

Segundo Gomes (2022, p.146) “a heurística de vizinho mais próximo encontra rapidamente um resultado e é fácil de implementar. Em geral, o algoritmo pode funcionar muito bem, porém não há garantia de que encontre uma solução ótima.”

De acordo com Camilo et. al (2018) o algoritmo funciona da seguinte maneira: 1 - Escolha do ponto inicial; 2 - Verificar quais são os vizinhos; 3 - escolher o vizinho mais próximo desse ponto; 4 – risca a aresta percorrida e analisa os vizinhos deste ponto escolhido; 5 - adicionar o vizinho mais próximo a rota; 6 - repetir os passos 4 e 5 até acabar os pontos.

Com base nos conceitos apresentados, será possível formular o problema de roteirização dos pontos propostos para Divinópolis e comparar o resultado da programação linear inteira com os percursos obtidos pelo algoritmo do vizinho mais próximo.

PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

A pesquisa consiste na elaboração e comparação matemática de percursos propostos para a coleta seletiva ponto a ponto no município de Divinópolis, Minas Gerais. Para isso, foram utilizadas a teoria dos grafos e a programação linear inteira, com base no problema do caixeiro-viajante, tendo como critério a minimização da distância total percorrida. Como procedimento comparativo, foi empregado o algoritmo do vizinho mais próximo. Trata-se de uma proposta de planejamento de rotas, sem implementação ou avaliação operacional em campo.

Inicialmente, foram definidos 12 locais, apresentados no quadro de pontos de coleta do artigo. O ponto 1 corresponde ao pátio da Secretaria Municipal de Serviços Urbanos (SEMSUR), considerado como origem e destino da rota, enquanto o ponto 12 corresponde ao Centro de Triagem Municipal, previsto para o recebimento dos materiais antes do retorno à garagem. Os demais locais foram sugeridos como pontos de coleta, considerando a circulação de pessoas e a proximidade de algumas escolas, conforme os critérios apresentados na pesquisa. A localização desses pontos foi representada com auxílio do Google Earth.

As distâncias entre os locais foram consultadas no Google Maps e organizadas em uma matriz, na qual cada elemento representa, em quilômetros, o deslocamento de um ponto de origem a outro de

destino. Como as distâncias podem variar conforme o sentido do trajeto, a representação adotada para o problema aplicado é a de um grafo orientado e valorado, cujos vértices correspondem aos locais considerados e cujos arcos representam os deslocamentos entre eles. A matriz utilizada no estudo é apresentada integralmente no artigo, permitindo identificar os valores empregados na modelagem.

Para representar deslocamentos que não deveriam integrar o percurso, os autores atribuíram o valor 999 às respectivas posições da matriz. Essa convenção foi utilizada para desencorajar ligações de um ponto a ele mesmo, retornos antecipados à garagem, deslocamentos do centro de triagem para locais diferentes do pátio da SEMSUR e a ligação direta da garagem ao centro de triagem. Desse modo, a análise foi desenvolvida a partir das distâncias e condições estabelecidas na matriz, e não de informações dinâmicas sobre o trânsito.

Na formulação matemática, foram utilizadas variáveis de decisão binárias, que indicam se determinado deslocamento entre dois pontos integra ou não a rota. A função objetivo busca minimizar a soma das distâncias associadas aos deslocamentos selecionados. As restrições de entrada e saída estabelecem a passagem pelos pontos considerados, enquanto as restrições de eliminação de sub-rotas são acrescentadas para impedir a formação de ciclos separados. As expressões matemáticas e as restrições adotadas são apresentadas na seção de modelagem e detalhadas em sua aplicação aos 12 locais.

A resolução foi realizada no Microsoft Excel, por meio da ferramenta Solver. Na primeira execução, foram identificadas sub-rotas, que não

constituíam um único percurso abrangendo todos os pontos. A partir desses resultados, os autores acrescentaram restrições específicas para impedir os ciclos encontrados e executaram novamente o modelo. Esse procedimento foi repetido diante das novas sub-rotas até a obtenção de um percurso completo. O artigo apresenta os resultados intermediários, as restrições acrescentadas e o percurso final obtido, de modo a documentar as etapas da resolução.

Para a comparação, foi aplicado o algoritmo do vizinho mais próximo, descrito por Gomes (2022) e Camilo et al. (2018). Partindo do ponto inicial, o procedimento seleciona sucessivamente o ponto ainda não visitado com a menor distância disponível, respeitando as condições estabelecidas para o percurso. Foram considerados dois percursos decorrentes das alternativas de mesma distância na saída do ponto inicial, conforme registrado pelos autores. As rotas produzidas pelos dois procedimentos foram comparadas pela distância total calculada a partir da mesma matriz.

Por fim, as distâncias encontradas foram utilizadas em uma estimativa de consumo e gasto com combustível para um cenário hipotético de 20 dias de coleta. Adotaram-se os parâmetros apresentados no estudo: rendimento de 2,5 km por litro e preço do diesel de R$ 6,10 por litro. Para cada rota, a distância mensal estimada foi dividida pelo rendimento do veículo, e o consumo resultante foi multiplicado pelo preço considerado. Esses valores representam uma projeção comparativa e não gastos operacionais efetivamente observados.

A análise limita-se à comparação matemática dos percursos propostos. O modelo não incorpora capacidade de carga, volume de

resíduos, tempo de atendimento nos pontos, horários de operação ou variações do trânsito, tampouco foi validado em campo. Assim, a interpretação dos resultados restringe-se às condições e aos parâmetros adotados, e sua eventual aplicação prática dependerá de verificações complementares.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Como resultado da proposta, foram considerados pontos de coleta seletiva na modalidade ponto a ponto em Divinópolis. Os autores também sugerem, como possibilidade de incentivo à participação da população, a adoção de um desconto de 5% no IPTU do imóvel vinculado ao contribuinte que entregasse materiais recicláveis pelo menos três vezes ao mês. Essa medida constitui uma sugestão de política pública, não avaliada quanto à viabilidade jurídica, administrativa ou financeira neste estudo.

Os locais sugeridos foram escolhidos considerando a circulação de pessoas e a proximidade de algumas escolas, com a intenção de favorecer a entrega de materiais recicláveis e incentivar práticas de separação de resíduos. A proposta é inicial e não corresponde à implantação dos pontos de coleta.

O quadro a seguir identifica os 12 locais considerados na análise, incluindo o pátio da SEMSUR, definido como origem e destino da rota, e o Centro de Triagem Municipal, previsto como último ponto antes do retorno à garagem. Os depósitos de materiais foram propostos nas proximidades dos locais indicados, e não necessariamente em seu interior.

Figura 3. Quadro dos pontos sugeridos de coleta

N°	Pontos	Endereço
1	**Pátio SEMSUR**	Rua José Balbino Pereira, n° 171. Bairro Espírito Santo
2	**Estádio Waldemar Teixeira de Faria**	Rua Fernão Dias, n° 1244. Bairro Porto Velho
3	**Rodoviária**	Avenida JK, n° 1361. Bairro Bom Pastor
4	**GEEC**	Avenida 21 de Abril, n°1590. Bairro Santa Clara
5	**Quarteirão fechado da Rua São Paulo**	Rua São Paulo, n° 315. Bairro Centro
6	**Praça dos Ferroviários**	Próximo à avenida Cel. Júlio Ribeiro Gontijo, n° 312. Bairro Esplanada
7	**Supermercado Hiper ABC**	Rua Goiás, n° 1515. Bairro Centro
8	**E.E. Manoel Correia**	Rua Capitólio, n° 280. Bairro Planalto
9	**E.E. Martin Cyprien**	Avenida Amazonas, n° 881. Bairro Catalão
10	**E.E. São Francisco de Assis**	Rua Itapecerica, n° 1495. Bairro Jardim Nova América
11	**Prefeitura de Divinópolis**	Avenida Paraná, n° 2601. Bairro São José
12	**Centro de Triagem Municipal**	Avenida dos Estados, n° 71. Bairro Icaraí

Fonte: os autores

Para uma melhor visualização, observe na imagem abaixo, feita com o software Google Earth, como os pontos estão geograficamente dispersos.

Figura 4. Apresenta a distribuição geográfica dos locais considerados, representada com auxílio do Google Earth.



Fonte: os autores

As distâncias entre os pontos foram organizadas na matriz apresentada na Figura 5. Para a análise aplicada, considerou-se um grafo orientado e valorado, pois a distância do ponto i ao ponto j pode diferir da distância no sentido inverso. O percurso parte do ponto 1 (pátio da SEMSUR), passa pelo ponto 12 (Centro de Triagem Municipal) e retorna ao ponto 1.

Figura 5. Matriz de distâncias entre os pontos

De / Para	1	2	3	4	5
1	999	2,6	2,5	2,5	3,0

2	999	999	3,9	2,9	1,8
3	999	3,5	999	1,0	2,5
4	999	2,6	1,3	999	1,3

⚠ Esta tabela possui muitas colunas e foi cortada para impressão. Para visualizá-la completa, acesse o artigo original em: https://revistatopicos.com.br/artigos/planejamento-de-rotas-de-coleta-seletiva-uma-abordagem-por-programacao-linear-inteira?noblockage

Fonte: os autores

O valor 999 foi atribuído, na matriz, aos deslocamentos que não deveriam integrar a solução, como a ligação de um ponto a ele mesmo, o retorno antecipado à garagem, a saída do centro de triagem para um local diferente da garagem e a ligação direta do pátio da SEMSUR ao centro de triagem. Assim, os resultados obtidos dependem das distâncias e das condições estabelecidas no modelo. Para os 12 pontos considerados, a expressão de contagem de ciclos hamiltonianos apresentada no estudo é:

$$\frac{(n-1)!}{2} = \frac{(12-1)!}{2} = \frac{(11)!}{2} = 19.958.400\ ciclos$$

A função objetivo foi construída a partir do modelo apresentado na fundamentação teórica, considerando os 12 pontos e as distâncias da matriz:

$$F_{obj} = \min Z = \sum_{i=1}^{12} \sum_{j=1}^{12} c_{ij}\, x_{ij} \qquad (1)$$

Substituindo os coeficientes pelas distâncias consideradas, obtém-se a seguinte expressão para a função objetivo:

$$Z = 999x_{1,1} + 2,6x_{1,2} + 2,5x_{1,3} + 2,5x_{1,4} + 3x_{1,5} + 3,7x_{1,6} + 3,9x_{1,7} + 5,3x_{1,8} + 5,2x_{1,9}$$

Foram consideradas também as restrições de entrada e saída, além da condição de integralidade binária das variáveis:

$$(R2) = \sum_{i=1}^{12} x_{i,1} = \sum_{i=1}^{12} x_{i,2} = \sum_{i=1}^{12} x_{i,3} = \sum_{i=1}^{12} x_{i,4} = \sum_{i=1}^{12} x_{i,5} = \sum_{i=1}^{12} x_{i,6} = \sum_{i=1}^{12} x_{i,7} = i$$

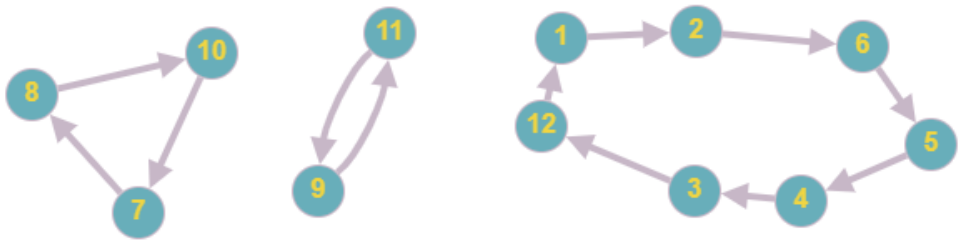
$$(R3): \sum_{j=1}^{12} x_{1,j} = \sum_{j=1}^{12} x_{2,j} = \sum_{j=1}^{12} x_{3,j} = \sum_{j=1}^{12} x_{4,j} = \sum_{j=1}^{12} x_{5,j} = \sum_{j=1}^{12} x_{6,j} = \sum_{j=1}^{12} x_{7,j} =$$

$$(R5): \; x_{ij} \in \{0,1\} \qquad \forall i,j \in \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12\}$$

As restrições R2 e R3 estabelecem, respectivamente, uma entrada e uma saída para cada ponto. A restrição R5 determina que as variáveis de decisão sejam binárias. Essas condições, isoladamente, não impedem a formação de ciclos separados, razão pela qual foram acrescentadas restrições de eliminação de sub-rotas.

Na primeira resolução realizada no Excel, com o auxílio do Solver, foram identificadas sub-rotas, apresentadas na Figura 6.

Figura 6. Primeiras sub-rotas encontradas



Fonte: os autores

O resultado inicial apresentou três sub-rotas desconectadas, com distância total de 27,2 km. Embora satisfaçam as condições de

entrada e saída, esses ciclos não constituem um único percurso de coleta que passe por todos os pontos:

$(S_1)\ 7 \rightarrow 8 \rightarrow 10 \rightarrow 7$
$(S_2)\ 9 \rightarrow 11 \rightarrow 9$
$(S_3)\ 1 \rightarrow 2 \rightarrow 6 \rightarrow 5 \rightarrow 4 \rightarrow 3 \rightarrow 12 \rightarrow 1$

Para impedir a permanência desses ciclos, foi utilizada a restrição de eliminação de sub-rotas apresentada anteriormente:

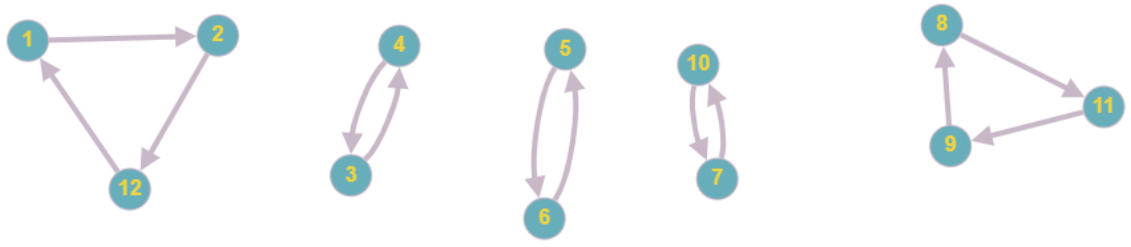
$$\sum_{i,j \in S} x_{ij} \leq |S| - 1, \qquad \forall S \subset N, S \neq \emptyset \qquad (4)$$

Para cada sub-rota identificada, foram acrescentadas restrições específicas, considerando os vértices envolvidos em cada ciclo:

$(S_1)\ x_{7,8} + x_{8,10} + x_{10,7} \leq 2$
$(S_2)\ x_{9,11} + x_{11,9} \leq 1$
$(S_3)\ x_{1,2} + x_{2,6} + x_{6,5} + x_{5,4} + x_{4,3} + x_{3,12} + x_{12,1} \leq 6$

Após a inclusão das restrições relativas às três primeiras sub-rotas, uma nova execução do Solver produziu uma solução de 28,5 km, ainda composta por ciclos separados, conforme a Figura 7.

Figura 7. Últimas sub-rotas encontradas



Fonte: os autores

Nessa etapa, foram identificadas mais cinco sub-rotas, que precisaram ser consideradas na formulação:

$(S_4)\ 1 \rightarrow 2 \rightarrow 12 \rightarrow 1$
$(S_5)\ 3 \rightarrow 4 \rightarrow 3$
$(S_6)\ 5 \rightarrow 6 \rightarrow 5$
$(S_7)\ 7 \rightarrow 10 \rightarrow 7$
$(S_8)\ 11 \rightarrow 9 \rightarrow 8 \rightarrow 11$

As restrições acrescentadas para esses ciclos foram:

$(S_4)\ x_{1,2} + x_{2,12} + x_{12,1} \leq 2$
$(S_5)\ x_{3,4} + x_{4,3} \leq 1$
$(S_6)\ x_{5,6} + x_{6,5} \leq 1$
$(S_7)\ x_{7,10} + x_{10,7} \leq 1$
$(S_8)\ x_{8,11} + x_{11,9} + x_{9,8} \leq 2$

Após o acréscimo das restrições correspondentes, o Solver apresentou um percurso único, identificado como rota A:

$$A = 1 \rightarrow 2 \rightarrow 6 \rightarrow 9 \rightarrow 11 \rightarrow 8 \rightarrow 7 \rightarrow 10 \rightarrow 5 \rightarrow 4 \rightarrow 3 \rightarrow 12 \rightarrow 1$$

Figura 8. Rota ótima



Fonte: os autores

O percurso A passa pelos locais na sequência indicada a seguir e totaliza 29 km, conforme as distâncias utilizadas no modelo:

Rota ótima A *= Pátio SEMSUR → Estádio Waldemar Teixeira de Faria → Praça dos Ferroviários → E.E. Martin Cyprien → Prefeitura de Divinópolis → E.E. Manoel Correia → Supermercado Hiper ABC → E.E. São Francisco de Assis → Quarteirão fechado da Rua São Paulo → GEEC → Rodoviária → Centro de Triagem Municipal → Pátio SEMSUR*. Totalizando 29 km rodados.

Para comparar esse resultado com um procedimento heurístico, foi aplicado o algoritmo do vizinho mais próximo. Partindo do ponto 1 e escolhendo sucessivamente o ponto disponível mais próximo, obteve-se a rota B:

$$B = 1 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 7 \rightarrow 10 \rightarrow 8 \rightarrow 9 \rightarrow 6 \rightarrow 2 \rightarrow 11 \rightarrow 12 \rightarrow 1$$

A rota B totalizou 41,4 km.

Como os deslocamentos iniciais do ponto 1 para os pontos 3 (x_{13}) e 4 (x_{14}) apresentam a mesma distância de 2,5 km, foi considerada uma segunda possibilidade de escolha inicial pelo algoritmo, originando a rota C.

$$C = 1 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 7 \rightarrow 10 \rightarrow 8 \rightarrow 9 \rightarrow 6 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 11 \rightarrow 12 \rightarrow 1$$

A rota C totalizou 44,8 km.

A comparação mostra que a rota A, obtida por meio da **programação linear inteira,** apresentou menor distância total do que as rotas B e C, determinadas pelo algoritmo do vizinho mais próximo. A diferença foi de 12,4 km em relação à rota B e de 15,8 km em relação à rota C.

Embora o algoritmo do vizinho mais próximo permita encontrar rapidamente um percurso, não há garantia de que ele apresente a menor distância total, conforme discutido por Gomes (2022) e Camilo et al. (2018). Essa diferença pode ser observada já na escolha do primeiro deslocamento: enquanto a rota A, obtida pela programação linear inteira, inicia pelo arco (x_{12}), com distância de 2,6 km, o algoritmo do vizinho mais próximo seleciona inicialmente uma das alternativas de 2,5 km. Isso evidencia que a escolha do menor deslocamento em cada etapa não garante o menor percurso total. Ressalta-se, contudo, que a comparação realizada não constitui, por si só, uma verificação independente de que a rota A seja globalmente ótima.

Para estimar o efeito dessas diferenças, considerou-se um cenário hipotético em que o caminhão realizaria a coleta durante 20 dias por mês. Assim, foram calculadas as seguintes distâncias mensais:

$$Rota\ A:\ 29 \cdot 20 = 580\ km\ mensais$$

$$Rota\ B:\ 41,4 \cdot 20 = 828\ km\ mensais$$

$$Rota\ C:\ 44,8 \cdot 20 = \ 896\ km\ mensais$$

Considerando os parâmetros adotados pelos autores, diesel a R$ 6,10 por litro e rendimento médio de $2,5\ km/litro$, os gastos estimados com combustível seriam:

$$Rota\ A: 580 \div 2,5 = 232;\ 232 \cdot 6,10 = R\$\ 1415,20\ gastos\ por\ mês$$

$$Rota\ B: 828 \div 2,5 = 331,2;\ 331,2 \cdot 6,10 = R\$\ 2020,32\ gastos\ por\ mês$$

$$Rota\ C: 896 \div 2,5 = 358,4;\ 358,4 \cdot 6,10 = R\$\ 2186,24\ gastos\ por\ mês$$

Nesse cenário, a rota A apresenta uma diferença estimada de R$ 605,12 por mês em relação à rota B e de R$ 771,04 em relação à rota C. Esses valores são projeções baseadas nas distâncias e nos parâmetros assumidos, e não economias efetivamente observadas. A pesquisa não incluiu implementação ou validação operacional em campo, nem variáveis como capacidade de carga, volume de resíduos, horários de atendimento e condições dinâmicas do trânsito. Assim, os resultados oferecem subsídios matemáticos para o planejamento de rotas, cuja aplicação prática dependeria de estudos complementares.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Conclui-se que a programação linear inteira constitui uma ferramenta importante para o planejamento de rotas de coleta seletiva, uma vez que permitiu encontrar um percurso de menor

distância entre os pontos propostos para a cidade de Divinópolis. A rota obtida por meio da programação linear inteira, com auxílio do Solver, apresentou distância total de 29 km, enquanto as rotas determinadas pelo algoritmo do vizinho mais próximo totalizaram 41,4 km e 44,8 km. Assim, a comparação evidenciou diferenças de 12,4 km e 15,8 km, respectivamente, demonstrando a contribuição da modelagem matemática para a análise dos percursos considerados.

Além da redução da distância percorrida no modelo, os resultados indicaram a possibilidade de diminuir os gastos com combustível, conforme as estimativas realizadas. Entretanto, como se trata de uma proposta inicial que não foi implementada, não é possível garantir que os resultados matemáticos sejam reproduzidos integralmente em uma situação real de coleta.

A proposta também apresenta novos pontos de coleta seletiva para Divinópolis e sugere, como possibilidade de incentivo à participação da população, a concessão de desconto no IPTU aos contribuintes que colaborarem com a separação e a entrega de materiais recicláveis. A viabilidade dessa medida, assim como a implantação dos pontos sugeridos, dependeria de avaliações específicas por parte do poder público.

Por fim, o estudo mostra como a programação linear inteira, associada à teoria dos grafos, pode contribuir para o planejamento da coleta seletiva e servir como referência para análises semelhantes em outros municípios. Como continuidade da pesquisa, sugere-se avaliar as condições operacionais dos percursos propostos, considerando as características do serviço de coleta, para verificar sua viabilidade de aplicação.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARENALES, Marcos, et. al. **Pesquisa operacional para cursos de engenharia.** Elsevier Editora ltda, 2° edição, Rio de Janeiro – RJ, 2015.

BELFIORE, Patrícia Prado; FÁVERO, Luiz Paulo Lopes. **Pesquisa operacional para cursos de administração, contabilidade e economia.** Elsevier Editora ltda, 2012.

Bernardo, M.; Lima, R. da S. **Comparação entre modalidades de coleta seletiva de materiais recicláveis.** In: XXIX Congresso Nacional de Pesquisa em Transporte da ANPET, Ouro Preto, 9 a 13 nov. 2015. Anais... [S.l.: s.n.], 2015. p. 2497-2501.

BRASIL. **Constituição da República Federativa do Brasil de 1988.** Promulgada em 5 de outubro de 1988. Diário Oficial da União, Brasília, DF, 5 out. 1988. Disponível em: https://www2.senado.leg.br/bdsf/bitstream/handle/id/518231/CF88_Livro_EC91_2016.pdf. Acesso em: 28 de maio de 2024

BRINGHENTI, Jacqueline. **Coleta seletiva de resíduos sólidos urbanos: aspectos operacionais e participação da população.** Tese (Doutorado em Saúde Ambiental) – Universidade de São Paulo, São Paulo, 2004. Disponível em: https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/6/6134/tde-07122009-091508/publico/JacquelineBringheti.pdf. Acesso em: 11 de agosto de 2024.

BV. **IPTU Verde: saiba o que é e como conseguir desconto.** 2023. Disponível em: https://www.bv.com.br/bv-inspira/financiamento-para-energia-solar/iptu-verde. Acesso em: 16 dez. 2024.

CÂMARA MUNICIPAL DE DIVINÓPOLIS. **Audiência traça metas para redução do lixo na cidade.** Divinópolis, 2018. Disponível em: https://www.divinopolis.mg.leg.br/institucional/noticias/audiencia-traca-metas-para-reducao-do-lixo-na-cidade. Acesso em: 26 de junho de 2024.

Camilo, Deyse Gillyane Gomes; Cavalheiro, Claúdia Francisco; Frazão, Talita Dias Chagas; Assis, Amanda; Macedo, Thiago. Roteirização de veículos: os principais algoritmos para solucionar o problema do caixeiro-viajante. *Anais do XXXVIII Encontro Nacional de Engenharia de Produção*, Maceió, Alagoas, Brasil, 16 a 19 de outubro de 2018. Disponível em: https://abepro.org.br/biblioteca/TN_STO_263_509_35790.pdf. Acesso em: 27 nov. 2024.

FERREIRA, Rafael Costa; COSTA, Ana Paula Renno da; SILVA, Elisa Maria Melo; LIMA, Josiane Palma. **Aplicação de programação linear na seleção de rotas de coleta seletiva de materiais recicláveis em Itajubá - MG.** In: ENCONTRO NACIONAL DE ENGENHARIA DE PRODUCAO, 2015, Fortaleza. Disponível em: https://abepro.org.br/biblioteca/TN_STO_211_250_27759.pdf. Acesso em: 20 de maio de 2024

FOLHA DE S.PAULO. **1 em cada 3 brasileiros que dizem ter coleta seletiva não separa o lixo, aponta Datafolha.** 1º de junho. 2024. Disponível em: https://www1.folha.uol.com.br/ambiente/2024/06/1-em-cada-3-brasileiros-que-diz-ter-coleta-seletiva-nao-separa-o-lixo-aponta-datafolha.shtml. Acesso em: 08 de novembro de 2024

GOMES, Paulo César Rodacki. **Grafos: conceitos fundamentais, algoritmos e aplicações.** Blumenau, SC: Editora IFC, 2022.

Disponível em: https://editora.ifc.edu.br/wp-content/uploads/sites/39/2022/11/Grafos-versao-final.pdf. Acesso em: 27 nov. 2024.

JÚNIOR, Carlos Roberto França; ARANTES, Daniella Ferreira. **Roteirização através do SIG para coleta de lixo doméstico: estudo de caso na cidade de Silvânia – GO.** 2019. 100 f. Trabalho de Conclusão de Curso – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás, Câmpus Goiânia, Goiânia, 2019. Disponível em: https://repositorio.ifg.edu.br/bitstream/prefix/379/1/tcc_Daniella%20e%20Carlos.pdf. Acesso em: 11 de agosto de 2024

LOESCH, Cláudio; HEIN, Nelson. **Pesquisa Operacional: Fundamentos e Modelos.** São Paulo: Saraiva, 2009

MICROSOFT. **Definir e resolver um problema usando o Solver.** 2024. Disponível em: https://support.microsoft.com/pt-br/office/definir-e-resolver-um-problema-usando-o-solver5d1a388f-079d-43ac-a7eb-f63e45925040. Acesso em: 08 dez 2024.

MORAES, Sandra Regina Ribeiro; TUROLLA, Frederico Araújo. **Visão geral dos problemas e da política ambiental no Brasil.** Informações Econômicas, SP, v.34, n.4, abril, 2004

NETTO, Paulo Oswaldo Boaventura; JURKIEWICZ, Samuel. **Grafos:** introdução e prática. 1. ed. São Paulo: Blucher, 2009. *E-book*. Disponível em: https://plataforma.bvirtual.com.br. Acesso em: 26 nov. 2024.

PIMENTA, M. F. de C.; NEVES, A. C.; OLIVEIRA, L. F.; COELHO, C. W. G. A.; VIMIEIRO, G. V. **A coleta seletiva em Belo Horizonte, Minas Gerais: uma análise da importância do engajamento popular.**

Revista Gestão e Sustentabilidade Ambiental, v. 11, n. 1, p. 290-309, mar. 2022. Disponível em: https://portaldeperiodicos.animaeducacao.com.br/index.php/gestao_ambiental/article/view/8552/6012. Acesso em: 09 de agosto de 2024.

PREFEITURA DE DIVINÓPOLIS. **Centro de Triagem e Acid destaca importância da coleta seletiva.** Divinópolis, 26 maio 2023. Disponível em: https://www.divinopolis.mg.gov.br/portal/noticias/0/3/18144/centro-de-triagem-e-acid-destacam-importancia-da-coleta -seletiva . Acesso em: 27 de junho de 2024.

RIBEIRO, Helena; BESEN, Gina Rizpah. **Panorama da coleta seletiva no Brasil: desafios e perspectivas a partir de três estudos de caso.** Interfacehs: Revista de Gestão Integrada em Saúde do Trabalho e Meio Ambiente, v. 2, n. 4, p. 1-18, ago. 2007. Disponível em: https://www3.sp.senac.br/hotsites/blogs/InterfacEHS/wp-content/uploads/2013/07/2007-art-7.pdf. Acesso em: 04 de agosto de 2024.

SILVA, Valéria Gonçalves. **Meio Ambiente, a urgência da proteção e da sustentabilidade.** Revista Científica Multidisciplinar Núcleo do Conhecimento. Ano 05, Ed. 03, Vol. 04, pp. 05-19. março de 2020. ISSN: 2448-0959, Link de acesso: https://www.nucleodoconhecimento.com.br/lei/urgencia-da-protecao. Acesso em: 27 de maio de 2024

---

[1] Doutora pelo Programa de Pós-Graduação em Educação da Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais (PucMinas), Mestre em Ensino de Ciências e Matemática (PucMinas), Especialista em Cálculo (UFMG), Graduada em Licenciatura em Matemática

(FAPAM). É professora na graduação e pós-graduação na Faculdade de Pará de Minas (FAPAM) e da Universidade Estadual de Minas Gerais (UEMG). É coordenadora do curso em Licenciatura em Matemática UEMG/Divinópolis. Leciona as disciplinas: Cálculo I, II, III e IV, Equações Diferenciais, Fundamentos de Matemática, Álgebra Linear, Desenho Geométrico, História da matemática, Bases matemáticas e Bases pedagógicas, Cálculo Numérico, Introdução à Análise, Metodologia e Ensino de Matemática, informática aplicada à Matemática, Teoria dos Números, Práticas e Ensino, Fundamentos de Matemática, Bioestatística, Metodologia da Pesquisa, Fundamentos de Matemática, Cálculo Numérico, Laboratório de Matemática, Projeto Integrador, Estatística, Estágio Supervisionado, orientação de Trabalhos de Conclusão de Curso. Foi coordenadora de Projetos na FAPAM. Integrou os grupos de pesquisa Educação, Ética e Diversidade (PPGEd/PucMinas/CNPq) - entre 2018 e 2020. Integra o Grupo de Estudos e Pesquisa em Educação (GepED) - UEMG/Divinópolis. Lattes: http://lattes.cnpq.br/6809227988179954.