REVISTA TÓPICOS
ISSN 2965-6672 | Qualis A2

A UTILIZAÇÃO DO QUADRANTE NO QUARTO DE CÍRCULO NA APRENDIZAGEM DE CONHECIMENTOS MATEMÁTICOS NUMA ESCOLA FAMÍLIA AGRÍCOLA

THE USE OF THE QUADRANT IN THE QUARTER CIRCLE IN LEARNING MATHEMATICAL KNOWLEDGE IN AN AGRICULTURAL FAMILY SCHOOL

Ciências Exatas e da Terra • 12/11/2026

REGISTRO DOI: 10.70773/revistatopicos/794532451

Michel Favero[1]

Andressa Cesana[2]

RESUMO

Este artigo analisa possíveis contribuições da utilização do instrumento matemático histórico quadrante no quarto de círculo para a aprendizagem de conhecimentos matemáticos no âmbito da Pedagogia da Alternância. De abordagem qualitativa, descritiva e interventiva, a investigação fundamenta-se em um curso de extensão de 20 horas realizado na Escola Família Agrícola do Bley (EFA Bley), em São Gabriel da Palha (ES), com 31 estudantes da 3ª série do Ensino Médio Técnico em Agropecuária. O recorte analítico deste trabalho centra-se especificamente no quarto momento da intervenção pedagógica, estruturada pela Atividade Orientadora de Ensino (AOE), dedicado à aplicação prática do artefato para a medição de alturas inacessíveis no espaço escolar e rural. A análise de dados pautou-se na triangulação sistemática de fontes (diário de campo, registros audiovisuais, relatórios técnico-reflexivos e questionários) submetidas à Análise de Conteúdo de Bardin. Os resultados evidenciam que a "geometria do olhar" proporcionada pelo alinhamento das pínulas e pela leitura do fio de prumo mobilizou conceitos de semelhança de triângulos, proporcionalidade e razões trigonométricas. Destaca-se o conflito cognitivo vivenciado no pátio, que conduziu os discentes à dedução autônoma da variável oculta referente à altura do olho do observador e à verificação das propriedades do triângulo retângulo isósceles no ângulo de quarenta e cinco graus. A alternância entre o tempo-escola e o tempo-comunidade promoveu a circulação dos saberes na comunidade rural, consolidando a dimensão da práxis e reafirmando a matemática como uma construção humana, cultural e emancipatória para a Educação do Campo.

Palavras-chave: Pedagogia da Alternância; Instrumentos Históricos; Quadrante no Quarto de Círculo; Semelhança de Triângulos; Práxis.

ABSTRACT

This article analyzes possible contributions of using the historical mathematical instrument known as the quadrant in a quarter circle to mathematical knowledge learning within the framework of the Pedagogy of Alternance. Employing a qualitative, descriptive, and interventional approach, the research is based on a 20-hour extension course conducted at the Escola Família Agrícola do Bley (EFA Bley), in São Gabriel da Palha (ES), with 31 3rd-year students from the Vocational High School in Agriculture and Livestock. The analytical focus of this study centers specifically on the fourth stage of the pedagogical intervention, structured by the Teaching Orientation Activity (AOE), dedicated to the practical application of the artifact for measuring inaccessible heights in school and rural environments. Data analysis was guided by the systematic triangulation of sources (field diary, audiovisual records, technical-reflective reports, and questionnaires) subjected to Bardin's Content Analysis. The results show that the "geometry of sight" provided by aligning the sighting pinnules and reading the plumb line mobilized concepts of triangle similarity, proportionality, and trigonometric ratios. A key highlight was the cognitive conflict experienced in the courtyard, which led students to autonomously deduce the hidden variable of the observer's eye height and verify the properties of the isosceles right triangle at a forty-five-degree angle. The alternation between school-time and community-time fostered the circulation of knowledge within the rural community, consolidating the dimension of praxis and reaffirming mathematics as a human, cultural, and emancipatory construction for Rural Education.

Keywords: Pedagogy of Alternance; Historical Instruments; Quadrant in the Quarter Circle; Triangle Similarity; Praxis.

1. INTRODUÇÃO

A educação matemática, quando desenvolvida no contexto da educação do campo, exige abordagens pedagógicas e metodológicas que transcendam a mera transmissão de fórmulas abstratas ou a resolução de exercícios descontextualizados em livros didáticos. Nas Escolas Famílias Agrícolas (EFAs), essa conexão entre o conhecimento acadêmico e a realidade vivida pelos educandos é mediada pela Pedagogia da Alternância, uma proposta formativa fundada na articulação dialética entre a sessão (tempo-escola) e a estadia (tempo-comunidade), visando a formação integral dos jovens camponeses por meio da união indissociável entre teoria e prática (Nosella, 2012; Begnami, 2019). Nesse cenário educativo, a matemática é apresentada não como um corpo estático e dogmático de verdades absolutas, mas como uma construção humana, social e historicamente situada que responde a necessidades técnicas e culturais concretas (Mendes, 2009).

A problematização central que motivou esta investigação reside no desafio enfrentado por professores e estudantes do ensino médio em superar a percepção de que a geometria plana e a trigonometria comumente contemplam conteúdos de difícil abstração ou distantes da aplicabilidade prática no cotidiano agrícola. Como alternativa pedagógica a esse impasse, pesquisas em educação matemática vêm apontando a potencialidade do resgate de instrumentos matemáticos históricos como artefatos mediadores para a apropriação de conceitos geométricos (Saito; Dias, 2011; Matos, 2020; Alves; Pereira, 2022; Cesana; Saito, 2022; Oliveira, 2023). Tais artefatos não são compreendidos como meros objetos obsoletos de museu, mas como sínteses de saberes de uma época que incorporam regras geométricas e necessidades sociais de medição. Ao manusear e operar um artefato histórico, o estudante é

provocado a efetuar um movimento do pensamento que articula a percepção sensível à formalização teórica.

Este artigo apresenta um recorte analítico de uma dissertação de mestrado que está sendo desenvolvida pelo mestrando Michel Favero e sua orientadora Andressa Cesana no Programa de Pós-Graduação em Ensino na Educação Básica da Universidade Federal do Espírito Santo (PPGEEB – UFES/CEUNES), intitulada "Possíveis contribuições da reconstrução e do uso do quadrante no quarto de círculo na aprendizagem de conhecimentos matemáticos no contexto da pedagogia da alternância". Neste presente trabalho foca-se, especificamente, no quarto momento da intervenção, dedicado ao uso prático e às medições de campo com o quadrante no quarto de círculo.

A pesquisa foi operacionalizada por meio do Curso de Extensão nº 5385 (Registro SIGEX/UFES), com carga horária total de 20 horas, ministrado entre 27 de março e 15 de junho de 2026 para 31 estudantes da 3ª série do ensino médio técnico em agropecuária da Escola Família Agrícola do Bley (EFA Bley), localizada na zona rural de São Gabriel da Palha - ES.

A escolha do quadrante no quarto de círculo justifica-se por sua relevância histórica como instrumento astronômico e de agrimensura renascentista, difundido em tratados do século XVI como o de Cosimo Bartoli (1564), e por sua reconhecida potência didática na mobilização de conceitos de geometria e trigonometria, conforme evidenciado em pesquisas sobre a reconstrução e o uso desse artefato (Saito; Dias, 2011; Matos, 2020; Alves; Pereira, 2022; Cesana; Saito, 2022), sem exigir tecnologias modernas dispendiosas. Ao transpor esse artefato para o cotidiano da EFA Bley, buscou-se

promover a práxis pedagógica (Marx, 2007; Freire, 2011), permitindo que o saber geométrico emergisse da ação prática de medição de estruturas reais no espaço escolar e comunitário.

Diante do exposto, o objetivo central deste artigo é analisar contribuições da utilização do quadrante no quarto de círculo para a aprendizagem de conhecimentos matemáticos, com ênfase no núcleo conceitual de semelhança de triângulos, proporcionalidade e introdução às razões trigonométricas, durante o quarto momento de uma Atividade Orientadora de Ensino (AOE) (Moura, 2010), desenvolvida no âmbito da Pedagogia da Alternância.

Estruturalmente, este artigo apresenta a fundamentação teórica sobre história da matemática, Pedagogia da Alternância e a Atividade Orientadora de Ensino, detalha os procedimentos metodológicos e o protocolo ético adotado, discute os resultados analíticos emergidos dos episódios de medição no pátio e na estadia, e finaliza com as considerações sobre o alcance da proposta para a educação matemática e do campo.

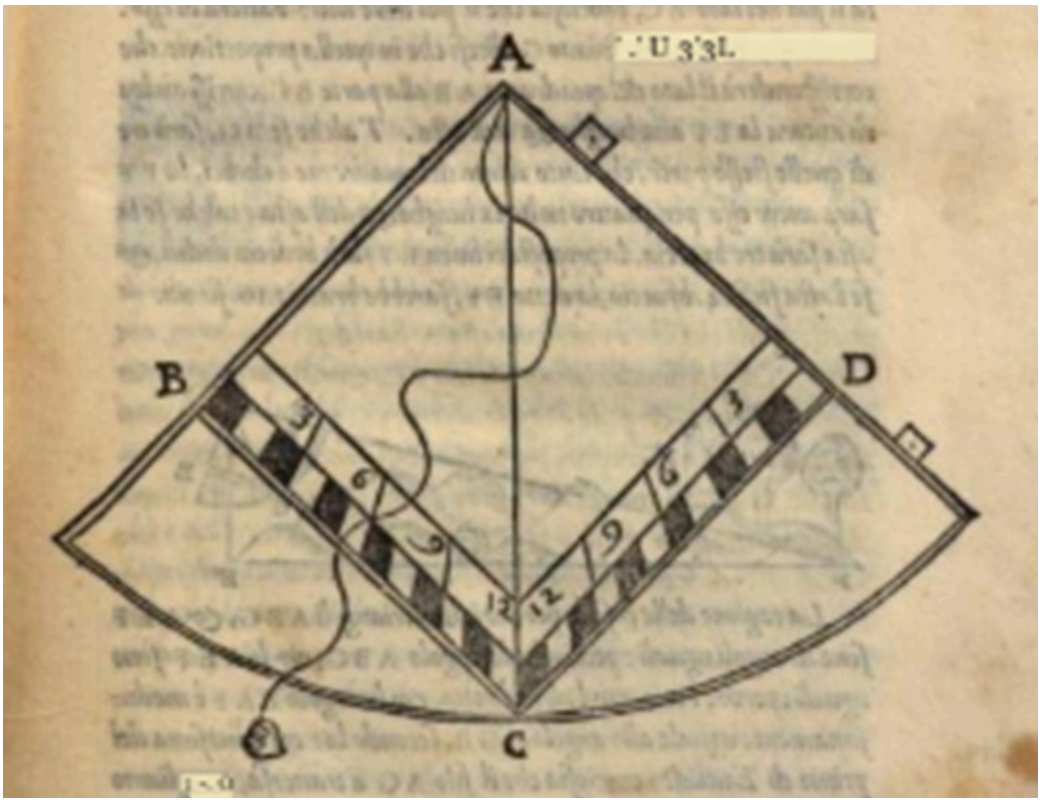
2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA OU REVISÃO DA LITERATURA

A história da matemática constitui-se como um campo epistemológico que compreende o conhecimento matemático como produção cultural e historicamente situada. Conforme destaca Mendes (2009), a incorporação da história no ensino auxilia romper com a visão tradicional que apresenta a disciplina como um conjunto de regras neutras e atemporais, revelando os processos, conflitos e necessidades humanas que motivaram a criação dos conceitos.

Nessa perspectiva, os instrumentos matemáticos antigos dos séculos XV e XVI ocupam lugar de destaque. Como fundamentam Saito e Dias (2011, p. 56), "os instrumentos matemáticos são mais do que simples artefatos. Eles incorporam conhecimentos que revelam a articulação entre o saber e o fazer e, desse modo, sintetizam a produção de conhecimento de uma época". A estrutura física do artefato materializa entes geométricos como ângulos, retas perpendiculares, paralelismo e escalas proporcionais que precisam ser operados pelo sujeito durante o seu uso prático.

O tratado *Del modo di misurare le distantie, le superficie, i corpi, le piante, le provincie, le prospettive, & tutte le altre cose terrene* de Bartoli (1564) constitui a fonte primária histórica que embasa esta proposta. Nele, Cosimo Bartoli apresenta o instrumento matemático quadrante no quarto de círculo, e detalha os procedimentos de visada e medição indireta de alturas e distâncias por meio da "geometria do olhar", utilizando o alinhamento das pínulas, a escala de sombra graduada de 0 a 12 partes nos catetos e a indicação do fio de prumo. Ao manusear o quadrante no quarto de círculo (Figura 1), o estudante não atua como mero espectador, mas como investigador que mobiliza a teoria euclidiana para resolver problemas de medição no mundo físico (Saito, 2013).

Figura 1. Quadrante no quarto de círculo do tratado *Del modo di misurare le distantie, le superficie, i corpi, le piante, le prouincie, le prospettiue*.



Fonte: Bartoli (1564, p. 15).

Nessa perspectiva, as potencialidades didáticas da reconstrução e do uso de instrumentos matemáticos antigos ganham um relevo ainda mais significativo quando situadas no cotidiano da educação do campo. Ao exigir a manipulação concreta de materiais, o manuseio de ferramentas e a reflexão sobre o 'saber-fazer', essa abordagem metodológica conecta-se organicamente à cultura do trabalho e à vivência dos estudantes camponeses. Com isso, prepara-se o terreno para uma prática educativa que articula o conhecimento científico histórico com a realidade rural, em perfeita consonância com a dinâmica das Escolas Famílias Agrícolas.

A Pedagogia da Alternância emergiu nas *Maisons Familiales Rurales* na França na década de 1930 e consolidou-se no Brasil a partir do Movimento de Educação Promocional do Espírito Santo (MEPES) com a criação das Escolas Famílias Agrícolas (Nosella, 2012). Essa proposta contrapõe-se ao modelo escolar urbano tradicional ao organizar o processo educativo na alternância dialética entre dois tempos e espaços formativos: a sessão (tempo-escola, vivenciado no

ambiente escolar com mediação docente, e a estadia (tempo-comunidade), vivenciado na propriedade familiar com aplicação prática e diálogo comunitário.

A alternância não se reduz a uma divisão de calendário, mas constitui um princípio epistemológico no qual a realidade social do camponês é o ponto de partida e de chegada da reflexão teórica (Gimonet, 2007). No ensino de ciências e matemática, essa dinâmica viabiliza a consolidação da práxis, conceituada por Marx (2007, p. 535) ao afirmar que "a vida social é essencialmente prática" e por Freire (2011) ao definir a práxis como a ação e a reflexão dos homens sobre o mundo para transformá-lo.

Como analisa Begnami (2019, p. 208), "a Matemática é constituída sócio e culturalmente". Ao utilizar o quadrante no quarto de círculo durante a estadia para medir construções, galpões e árvores em suas propriedades rurais, o jovem camponês tem a possibilidade de transformar o conhecimento escolar em uma ferramenta de leitura e intervenção em seu meio produtivo, fortalecendo sua autonomia e pertencimento sociocultural.

Para operacionalizar a intervenção didática, adotou-se a Atividade Orientadora de Ensino (AOE), fundamentada na teoria histórico-cultural de Vygotsky e Leontiev e sistematizada por Moura (2010). A AOE estrutura a prática pedagógica de modo que a necessidade histórica que deu origem ao conceito científico seja recriada em sala de aula como necessidade do estudante.

A AOE materializa-se por meio de quatro elementos integrados: a necessidade histórica (resgate do problema de medição indireta nos séculos XV e XVI), a situação desencadeadora de aprendizagem -

SDA (o desafio de medir alturas inacessíveis na EFA Bley sem o uso de trenas verticais ou equipamentos caros), as ações de ensino e de aprendizagem (o manuseio do quadrante no quarto de círculo e os procedimentos de visada no pátio e a síntese coletiva (os momentos de reflexão escrita e justificativa geométrica dos resultados) (Moura et al., 2016).

3. METODOLOGIA

Esta investigação assume uma abordagem qualitativa em educação matemática, de natureza exploratória, descritiva e interventiva (Fiorentini; Lorenzato, 2006; Bogdan; Biklen, 1994). O estudo foi desenvolvido na Escola Família Agrícola do Bley (EFA Bley), localizada na zona rural do município de São Gabriel da Palha - ES, envolvendo a totalidade de 31 estudantes com idades entre 16 e 19 anos matriculados na 3ª série do ensino médio técnico em agropecuária, turma de 2026.

Para conferir rigor analítico às aprendizagens a serem percebidas, a pesquisa delimitou como núcleo matemático central a semelhança de triângulos e a proporcionalidade de segmentos, tendo como conhecimentos associados noções de perpendicularismo, paralelismo, triângulo retângulo isósceles (45°) e intuição sobre razões trigonométricas.

A intervenção pedagógica foi estruturada no âmbito do Curso de Extensão nº 5385 (UFES), composto por cinco momentos pedagógicos de 4 horas cada, articulados dialeticamente entre a sessão (tempo-escola) e a estadia (tempo-comunidade). Os três momentos iniciais prepararam gradualmente os discentes para a prática de campo: o 1º Momento focou na contextualização histórica

da orientação dos navegantes nos séculos XV e XVI e no diagnóstico dos conhecimentos prévios da turma; o 2º Momento dedicou-se ao estudo teórico-documental sobre a incorporação de saberes nos instrumentos históricos a partir de Bartoli (1564) e ao planejamento logístico para a coleta de materiais de baixo custo nas propriedades rurais; e o 3º Momento consistiu na oficina prática de reconstrução física do quadrante no quarto de círculo, na qual os estudantes enfrentaram os desafios geométricos do traçado radial da escala de sombra e da montagem das pínulas e do fio de prumo. O recorte analítico deste artigo foca-se rigorosamente no 4º Momento, dedicado ao uso prático e às medições de campo com o instrumento reconstruído, desenvolvido conforme o detalhamento a seguir:

Etapa da sessão (tempo-escola com carga horária de 2 horas): Realizada no dia 20 de maio de 2026 na EFA Bley. Iniciou-se com uma roda de conversa em sala para socialização dos relatórios da etapa de reconstrução. Na sequência, realizou-se a leitura orientada das páginas 20 e 21 do livro de minicurso de Saito e Dias (2011), contendo as instruções históricas de Cosimo Bartoli (1564) sobre "Como medir alturas com o mesmo quadrante", conforme podemos ver no Quadro 1.

Quadro 1. Cópia fiel do recorte do texto disponibilizado aos estudantes.

> 2.2 “Como medir alturas com o mesmo quadrante, sem utilizar-se da sombra, mas somente com os raios vistos (cap. X): (...) Volte a pínula da esquerda do quadrante, A, em direção ao ponto da altura que se quer medir e coloque o olho na outra pínula, D. Levante ou abaixe o quadrante (deixando o fio de prumo livre) até que a mirada pelas duas pínulas coincida. Feito isto, veja onde o fio de prumo cai. Ele, necessariamente, cairá, ou no lado BC, ou no ângulo C, ou no lado CD, dependendo do lugar

onde você estiver em relação à base da torre que se quer medir. Digamos que o fio caia no lado CD, no ponto E, e que a altura estendida da torre a ser medida seja GF. E aqui é necessário deixar suspenso um fio de prumo cujo comprimento DH é a distância do olho até o chão. Feito isto, deve-se encontrar a que distância estamos da torre por meio de DH, que é tomada na mesma proporção que tem as partes DE com 12, isto é, com todo o lado do quadrante. Por exemplo, se DE for 6 partes, ele será metade de 12. Assim, agrega-se a metade desta DH, ou seja, HI, ao longo de GH em linha reta (...). Pode-se notar que a linha reta GI é menor do que a altura GF naquela proporção que é encontrada entre as partes DE e o lado AD. Por exemplo, se GI fosse 9 passos, multiplicando 9 por 12, ter-se-ia 108, o qual dividido por 6, isto é, DE, restaria 18 passos (...). Mas quando o fio de prumo cai no ponto C, isto é, no ângulo do ponto do quadrante, deixando o fio de prumo cair do olho até o chão, que será DK (...), em tal caso, GL será igual a GF. Assim, se medirmos GL teremos a altura GF (...). Mas quando o fio cair no lado BC, como no exemplo, no ponto E, tomando outro fio com comprimento que vai do olho ao chão DM, é preciso que se opere de maneira contrária ao primeiro modo. Assim, como fizemos anteriormente, o lado AB corresponde ao lado BE e MN à linha de prumo MD. Se BE for 6 de todo o lado do quadrante que é 12, diremos que MN deverá ser duas vezes MD (...) desse modo, se GN tiver 36 passos, multiplicando-se 36 por 6, que são as partes de BE, encontrar-se-á 216. Este número dividido por 12 dará 18, que será a altura GF (...)" (Bartoli, 1564, p. 19v-20v).

Fonte: Adaptado de Saito e Dias (2011, p. 20-21), a partir de Bartoli (1564).

Em seguida, os 31 estudantes, organizados nos 8 grupos de projeto (grupos que são utilizados para estudo na turma), deslocaram-se ao pátio escolar para efetuar medições práticas das alturas de prédios, lajes e estruturas da escola utilizando os quadrantes no quarto de círculo reconstruídos (Figura 3).

Etapa da estadia (tempo-comunidade com carga horária de 2 horas): Realizada nas propriedades rurais dos estudantes entre 25 e 29 de maio de 2026. Os discentes elaboraram um registro escrito reflexivo respondendo às questões norteadoras sobre a aplicação

prática, as dificuldades enfrentadas e as relações entre teoria e prática.

Para garantir a validade dos achados e a vigilância epistemológica, adotou-se o protocolo de triangulação sistemática de dados de Bardin (2016), cruzando as seguintes fontes:

Diário de campo do professor-pesquisador: Registro detalhado das interações verbais, dúvidas e ações práticas dos estudantes no pátio. Registros audiovisuais: Fotografias e gravações em vídeo das oficinas e medições de campo. Produções escritas dos estudantes: Registros individuais de estadia e relatórios técnico-reflexivos finais. Questionário de avaliação final: Instrumento reflexivo aplicado ao encerramento da intervenção.

O tratamento dos dados seguiu as etapas da Análise de Conteúdo de Bardin (2016), pré-análise, exploração do material, codificação em unidades de registro e categorização, estruturando-se na forma de episódios de aprendizagem matemática de Moura (2010), os quais procuramos isolar os depoimentos de mera motivação atitudinal para focar nas evidências efetivas de apreensão conceitual.

A pesquisa atendeu rigorosamente aos preceitos éticos vigentes para estudos com seres humanos (Resolução CNS nº 466/2012 e Lei nº 14.874/2024), tendo sido submetida e aprovada pelo Comitê de Ética em Pesquisa da Universidade Federal do Espírito Santo (CEP/CEUNES/UFES) sob o Certificado de Apresentação de Apreciação Ética (CAAE) nº 94522325.6.0000.5063 e Parecer de Aprovação nº 8.299.701 em 21 de março de 2026. Todos os participantes menores assinaram o Termo de Assentimento Livre e Esclarecido (TALE), acompanhado do Termo de Consentimento Livre

e Esclarecido (TCLE) e do Termo de Autorização do Uso de Imagem e Som (TAUIS) assinados por seus pais/responsáveis na estadia. Os participantes maiores de idade assinaram o TCLE específico e o TAUIS. O anonimato foi preservado mediante codificação dos sujeitos.

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES OU ANÁLISE DOS DADOS

As análises apresentadas nesta seção derivam da triangulação dos dados produzidos durante o 4º momento do curso de extensão, focando no movimento do pensamento dos estudantes durante o uso prático do quadrante no quarto de círculo. Pautando-se nos procedimentos de Análise de Conteúdo de Bardin (2016) descritos na metodologia, os dados analisados nesta etapa foram codificados e estruturados na categoria analítica intitulada 'A geometria do olhar, a descoberta da variável oculta e a apropriação da semelhança de triângulos'. A discussão organiza-se em eixos analíticos que evidenciam o itinerário do conflito cognitivo à formalização geométrica, percorrendo desde a identificação do referencial de visada até a dedução da propriedade do triângulo retângulo isósceles (45º) e a prova da proporcionalidade.

Antes do deslocamento para a prática de campo na EFA Bley, realizou-se em sala de aula uma leitura orientada dos excertos do tratado de Cosimo Bartoli (1564), tratados didaticamente por Saito e Dias (2011). Nessa etapa, o professor-pesquisador mediou a explicação dos procedimentos de alinhamento visual pelas pínulas e de leitura da inclinação do fio de prumo sobre a escala de sombra (Figura 2), preparando os grupos para o manuseio dos instrumentos reconstruídos.

Figura 2. Orientação sobre como medir com o quadrante no quarto de círculo.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2026.

A aplicação prática do quadrante no quarto de círculo no pátio da EFA Bley iniciou-se após a leitura orientada do capítulo "Como medir alturas com o mesmo quadrante" Bartoli (1564) apud Saito e Dias (2011). Cada grupo posicionou-se a uma distância estimada da edificação principal de três pavimentos da escola. O procedimento de visada exigia que um estudante colocasse o olho na pínula inferior D, alinhasse a visão com a pínula superior A em direção ao topo da laje do prédio e permitisse que o fio de prumo oscilasse livremente pela ação da gravidade, marcando um número na escala de sombra graduada de 0 a 12 nos catetos do quadrado interno.

Ao efetuarem as primeiras visadas e aplicarem a regra de proporcionalidade descrita no tratado, os grupos calcularam a altura da laje e confrontaram o valor numérico obtido com a observação direta do espaço. Os estudantes perceberam imediatamente uma discrepância: a altura calculada a partir da razão do instrumento era visivelmente menor do que a altura real da estrutura.

Esse impasse gerou um conflito cognitivo autêntico, conforme Moura (2010). Convicto de que as regras geométricas eram exatas, um dos discentes verbalizou o questionamento que mobilizou toda a turma: "Professor, a conta deu 3,20 metros, mas o prédio é muito mais alto que isso. A medição conta do chão ou a partir de onde estamos olhando?" (Diário de Campo, 20/05/2026).

Para investigar o problema levantado, o pesquisador e os grupos utilizaram uma trena para medir diretamente à altura real da laje e a distância horizontal do observador até a base da parede. A verificação comparativa revelou que o triângulo retângulo construído pela visada através das pínulas não partia do solo, mas sim do nível dos olhos do observador.

Com essa constatação, os discentes deduziram autonomamente a necessidade de somar a altura do olho do observador até o chão (h_olho), identificada na pesquisa como a variável oculta ao resultado obtido da altura relativa (h) dada pelo instrumento:

$$H_{total} = h + h_{olho}$$

Essa descoberta representa um momento chave de transição cognitiva (Mendes, 2009). Os estudantes compreenderam que a "geometria do olhar" estabelece um referencial suspenso no ar, e que a precisão científica exige incluir a estatura do próprio observador no sistema de medição.

À medida que os grupos se deslocavam pelo pátio testando a visada a diferentes distâncias, outro fenômeno geométrico emergiu espontaneamente. Um grupo observou que, ao afastar-se do prédio, o fio de prumo repousava exatamente sobre a linha bissetriz central

do arco, correspondente ao ângulo de 45° (ou à marca 12 da escala de sombra).

Durante a realização das medições das edificações no pátio da escola, os grupos experimentaram posicionar-se a diferentes distâncias da estrutura. Ao ajustarem sua posição até que o fio de prumo marcasse exatamente a bissetriz central do arco graduado (ângulo de 45°), os discentes constataram que a distância horizontal até a base do prédio era idêntica à altura calculada a partir da linha de visão (Figura 3). Essa constatação permitiu a apropriação intuitiva da propriedade do triângulo retângulo isósceles (tan 45° = 1) e facilitou a compreensão da relação entre a “geometria do olhar” e a proporcionalidade dos triângulos.

Figura 3. Estudantes fazendo medições com o quadrante no quarto de círculo.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2026.

Ao medirem com a trena a distância horizontal do observador até o prédio (d) nessa posição exata de 45°, os discentes constataram que a distância era rigorosamente igual à altura relativa h (h = d). Experienciaram, assim, a propriedade fundamental do triângulo retângulo isósceles (45°, 45° e 90°), na qual os catetos são congruentes:

$$tan(45^o) = h/d = 1 \rightarrow h = d$$

Essa constatação antecedeu e conferiu significado intuitivo às razões trigonométricas (Matos, 2020). Os estudantes perceberam que, no ângulo de 45°, não era necessário efetuar divisões complexas: bastava medir a distância percorrida no solo até o prédio e somar a altura do seu próprio olho.

A culminância do 4° momento ocorreu quando os estudantes formalizaram a justificativa matemática do instrumento em seus relatórios técnicos. A partir do paralelismo entre a linha vertical do fio de prumo e a estrutura vertical do prédio (ambas ortogonais ao horizonte horizontal), a turma identificou a existência de dois triângulos retângulos semelhantes pelo caso Ângulo-Ângulo (AA):

O triângulo menor no artefato (Δabc): Formado pelo cateto do quadrante no quarto de círculo (12 partes), pela linha de visada e pela leitura e na escala de sombra interceptada pelo fio de prumo.

O triângulo maior no espaço terreno (ΔABC): Formado pela linha de visão horizontal, pela linha de visada ao topo da laje e pela altura relativa h.

Pela propriedade da proporcionalidade entre lados homólogos de triângulos semelhantes, os discentes estabeleceram a equação:

$$\frac{Lado\ do\ quadrante\ (12)}{Escala\ de\ sombra\ (e)} = \frac{Distância\ horizontal\ (d)}{Altura\ relativa\ (h)}$$

Isolando a incógnita h, obtém-se:

$$h = \frac{d \cdot e}{12}$$

E a altura total do prédio é dada por:

$$H_{total} = h + h_{olho}$$

A verificação de que diferentes grupos, operando quadrantes no quarto de círculo de tamanhos e materiais distintos (madeira polida ou papelão denso), obtiveram resultados convergentes para a altura do prédio (margem de erro inferior a 5 cm em relação à trena) comprovou aos estudantes a universalidade das leis da geometria euclidiana (Saito; Dias, 2011).

O Quadro 2 sintetiza a matriz de evidências cognitivas e conceituais mobilizadas durante as atividades práticas do 4° momento:

Quadro 2. Matriz de evidências conceituais e mobilização geométrica no uso do artefato.

Situação no pátio	**Conflito / problema emergente**	**Ação investigativa e resolução**	**Conceito matemático apreendido**
Visada inicial da laje do prédio	Altura calculada pelo instrumento era inferior à altura real verificada.	Identificação do referencial de visada. Medição da altura do olho ao solo e soma ao resultado (h + h_olho).	Variável oculta / geometria do olhar: Ajuste do referencial cartesiano e translação de eixos.
Alinhamento do prumo a 45°	Questionamento sobre o comportamento do prumo no meio do arco (marca 12).	Deslocamento no pátio até atingir 45°. Constatação de que d = h.	Triângulo retângulo isósceles e trigonometria: Congruência de catetos e intuição de tan (45°c) = 1.

Leitura da escala de sombra	Entender como um artefato pequeno mede edifícios de grande porte.	Estabelecimento de razões entre os catetos do triângulo do artefato e do terreno.	Semelhança de triângulos e proporcionalidade: Teorema de Tales e razões constantes.

Fonte: Elaborado pelos autores com base nos dados da pesquisa (2026).

A relevância da Pedagogia da Alternância evidenciou-se durante a etapa de estadia do 4º momento (tempo-comunidade). Ao refletirem e registrarem sobre os conhecimentos matemáticos emergidos a partir do uso do quadrante no quarto de círculo e pelo fato dos estudantes visualizarem a possibilidade de fazer medições autônomas de galpões de secagem de café, tulhas, residências e árvores nativas nas propriedades de suas famílias com o instrumento.

Esse movimento de circulação de conhecimentos valida o princípio freiriano de emancipação e a definição de práxis (Marx, 2007; Begnami, 2019). O saber científico deixou de ser um dogma restrito à sala de aula urbana para se consolidar como uma ferramenta útil de leitura e transformação da realidade camponesa.

5. CONCLUSÃO/CONSIDERAÇÕES FINAIS

A presente investigação buscou analisar contribuições da utilização do quadrante no quarto de círculo para a aprendizagem de conhecimentos matemáticos no âmbito da Pedagogia da Alternância, focando no quarto momento de uma Atividade Orientadora de Ensino (AOE) realizada com estudantes do ensino médio técnico em agropecuária da EFA Bley.

Em resposta ao objetivo central da investigação, a análise das evidências revela que a utilização do quadrante no quarto de círculo atuou como um potente mediador didático para a aprendizagem de conhecimentos matemáticos. O manuseio do artefato no pátio escolar e nas propriedades rurais mobilizou e aprofundou saberes geométricos e trigonométricos específicos: a) a apropriação da semelhança de triângulos retângulos (caso Ângulo-Ângulo) e da proporcionalidade, estabelecida entre a escala de sombra do instrumento (e/12) e as dimensões do terreno (h/d). b) a compreensão e ajuste do referencial cartesiano de medição mediante a dedução autônoma da variável oculta referente à altura do olho do observador $H_{total} = h + h_{olho}$ e c) a percepção intuitiva das razões trigonométricas, vivenciada pela congruência dos catetos na marcação da bissetriz de 45° $tan(45^{o}) = h/d = 1 \rightarrow h = d$.

Como recomendação pedagógica, sugere-se a incorporação da reconstrução e uso de instrumentos históricos nos currículos das Escolas Famílias Agrícolas e nas redes de ensino técnico, como estratégia de ensino ativo e contextualizado. Conclui-se que o quadrante no quarto de círculo atuou como um artefato emancipatório, permitindo aos jovens camponeses da EFA Bley reconhecerem-se como sujeitos históricos capazes de compreender, produzir e aplicar a ciência na transformação de suas vidas e comunidades.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALVES, Vanessa de Brito; PEREIRA, Ana Carolina Costa. Instrumentos de cálculo contidos em tratados do século XVII. **Revista de**

Matemática, Ensino e Cultura – REMATEC, Belém, v. 17, e-location 11, p. 1-15, 2022.

BARDIN, Laurence. **Análise de conteúdo.** São Paulo: Edições 70, 2016.

BARTOLI, Cosimo. **Del modo di misurare le distantie, le superficie, i corpi, le piante, le provincie, le prospettive, & tutte le altre cose terrene, che possono occorrere a gli huomini, secondo le vere regole d'Euclide, & de gli altri più lodati scrittori.** Venetia: Francesco Franceschi Sanese, 1564.

BEGNAMI, João Batista. **Formação por alternância na licenciatura em Educação do Campo: possibilidades e limites do diálogo com a Pedagogia da Alternância.** 2019. Tese (Doutorado em Educação) — Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2019.

BOGDAN, Robert; BIKLEN, Sari. **Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos.** Porto: Porto Editora, 1994.

CESANA, Andressa; SAITO, Fumikazu. Uma reconstrução do antigo instrumento matemático esquadro móvel. **Revista de Matemática, Ensino e Cultura – REMATEC,** Belém, v. 17, p. 30-47, 2022.

FIORENTINI, Dário; LORENZATO, Sérgio. **Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos.** 3. ed. rev. Campinas: Autores Associados, 2006.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia do oprimido.** 50. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2011.

GIMONET, Jean-Claude. **Praticar e compreender a pedagogia da alternância dos jovens.** Petrópolis: Vozes, 2007.

MARX, Karl. **O capital: crítica da economia política. Livro I.** Rio de Janeiro: Civilização Brasileira, 2007.

MATOS, Anderson Araújo. **A construção e a utilização de instrumentos astronômicos antigos: um recurso pedagógico para o ensino e aprendizagem de geometria e trigonometria.** 2020. Dissertação (Mestrado em Ensino de Astronomia) — Universidade Estadual de Feira de Santana, Feira de Santana, 2020.

MENDES, Iran Abreu. **História da Matemática: uma visão crítica, temas e desafios.** 2. ed. São Paulo: Livraria da Física, 2009.

MOURA, Manoel Oriosvaldo de et al. A Atividade Orientadora de Ensino como unidade entre ensino e aprendizagem. In: MOURA, Manoel Oriosvaldo de (Org.). **A Atividade Orientadora de Ensino: unidade entre ensino e aprendizagem.** 2. ed. São Paulo: UNESP, 2016. p. 21-64.

MOURA, Manoel Oriosvaldo de. A Atividade Orientadora de Ensino como unidade entre ensino e aprendizagem. In: MOURA, Manoel Oriosvaldo de (Org.). **A Atividade Orientadora de Ensino: unidade entre ensino e aprendizagem.** São Paulo: UNESP, 2010.

NOSELLA, Paolo. **Educação do campo:** origens da pedagogia da alternância no Brasil. Vitória: EDUFES, 2012.

OLIVEIRA, Francisco Wagner Soares. **O instrumento jacente no plano na transição da geometria plana para a espacial na**

formação de professores. 2023. Tese (Doutorado em Educação) — Universidade Estadual do Ceará, Fortaleza, 2023.

SAITO, Fumikazu; DIAS, Marisa da Silva. **Articulação de entes matemáticos na construção e utilização de instrumento de medida do século XVI.** São Paulo: Sociedade Brasileira de História da Matemática, 2011.

SAITO, Fumikazu. Instrumentos e o "saber-fazer" matemático no século XVI. **Revista Tecnologia e Sociedade,** Curitiba, v. 9, n. 18, p. 32-47, 2013.

---

[1] Mestrando do Programa de Pós-Graduação em Ensino na Educação Básica (PPGEEB/CEUNES/UFES) *Campus* de São Mateus-ES, Brasil. Professor da Escola Família Agrícola do Bley (EFA Bley/MEPES). E-mail: acesse o artigo original para visualizar o e-mail

[2] Doutora em Educação. Professora do Departamento de Matemática Aplicada (DMA/CEUNES/UFES) e do Programa de Pós-Graduação em Ensino na Educação Básica (PPGEEB/CEUNES/UFES) *Campus* de São Mateus-ES, Brasil. E-mail: acesse o artigo original para visualizar o e-mail