

UMA MATEMÁTICA PARA O ENSINO DE NÚMEROS INTEIROS: (RE)SIGNIFICAÇÃO DE CONCEITOS COM FUTUROS PROFESSORES

A MATHEMATICS FOR TEACHING INTEGERS: (RE)SIGNIFICATION OF
CONCEPTS WITH FUTURE TEACHERS

Ciências Humanas • 15/10/2026

REGISTRO DOI: [10.70773/revistatopicos/791871727](https://doi.org/10.70773/revistatopicos/791871727)

Liliane Martinez Antonow¹

Maria Auxiliadora Vilela Paiva²

Jorge Henrique Gualandi³

RESUMO

Este trabalho apresenta parte de uma pesquisa de doutorado em andamento desenvolvida no Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática do Instituto Federal do Espírito Santo (Educimat/Ifes), vinculada à área de formação com professores que ensinam Matemática. A partir de uma pesquisa de doutorado em andamento, o artigo discute o processo de (re)significação dos conceitos de Números Inteiros por futuros professores de Matemática, participantes do minicurso "*Quando menos é mais?*". O estudo fundamenta-se na Matemática para o Ensino (Davis; Simmt, 2006; Davis; Renert, 2009, 2014) e nas seis *webs* propostas por Davis (2007), articulando as ideias de emergência (*emergence*) e disposição aberta (*open disposition*) da formação docente. A metodologia adotada, inspirada no *Concept Study*, possibilitou aos licenciandos investigar e reconstruir significados de modo colaborativo, promovendo reflexões sobre o objeto matemático estudado. As análises evidenciam que a (re)significação emergiu de interações coletivas e reflexivas nas quais o saber docente se mostrou dinâmico, situado e relacional. Evidenciou a articulação entre compreensões individuais (*endoweb*), diálogo coletivo (*egoweb*), mediação do saber escolar (*eduwweb*), prática social (*ethnoweb*), representações gráficas e materiais (*ecoweb*) e o entrelaçamento das redes (*webweb*). Os resultados mostraram a Matemática para o Ensino como um caminho formativo que valoriza o diálogo, a coletividade e a produção compartilhada de saberes.

Palavras-chave: Números Inteiros; Matemática para o Ensino; Webs.

ABSTRACT

This work presents part of an ongoing doctoral research developed in the Graduate Program in Science and Mathematics Education at

the Federal Institute of Espírito Santo (Educimat/Ifes), linked to the area of teacher education for those who teach Mathematics. Based on an ongoing doctoral research, this article discusses the process of (re)signification of Integer Number concepts by future Mathematics teachers, participants of the short course "Quando menos é mais?" [When less is more?]. The study is grounded in Mathematics for Teaching (Davis; Simmt, 2006; Davis; Renert, 2009, 2014) and in the six webs proposed by Davis (2007), articulating the ideas of emergence and open disposition of teacher education. The methodology adopted, inspired by Concept Study, enabled pre-service teachers to investigate and reconstruct meanings collaboratively, promoting reflections on the mathematical object studied. The analyses show that (re)signification emerged from collective and reflective interactions, in which teaching knowledge proved to be dynamic, situated, and relational. It also evidenced the articulation between individual understandings (endoweb), collective dialogue (egoweb), mediation of school knowledge (eduweb), social practice (ethnoweb), graphic and material representations (ecoweb), and the interweaving of the webs (webweb). The results showed Mathematics for Teaching as a formative path that values dialogue, collectivity, and the shared production of knowledge.

Keywords: Integer Numbers; Mathematics for Teaching; Webs.

1. INTRODUÇÃO

A Matemática, quando integrada a uma abordagem dialógica, transcende a função de conteúdo disciplinar, coloca-se em um meio para estreitar relações, desenvolver autonomia e fomentar discussões, reflexões e (re)significações. Essa perspectiva se alinha à necessidade de pesquisas que explorem a formação de professores,

valorizando os saberes que emergem da prática docente e das experiências dos futuros professores, em processos coletivos e colaborativos (Paiva, 2020; Paiva; Sousa; Campos, 2023). Essa necessidade se intensifica diante das críticas feitas às diretrizes mais recentes (*CNE/CP nº 2/2019*) por sua ausência de diálogo e por empobrecer o processo formativo, limitando-o a prescrições normativas (Bazzo; Scheibe, 2019; Gonçalves; Mota, 2020). Nesse cenário, pesquisas que exploram a formação com professores sob perspectivas críticas e coletivas ganham relevância, especialmente as que se orientam pela Matemática para o Ensino (Davis; Simmt, 2006; Davis, 2007; Davis; Renert, 2009, 2014).

O termo (re)significação é uma terminologia usada para manter presente a pluralidade de sentidos do prefixo *re-* de origem latina: repetição, reforço e recuo — voltar ao ponto de partida. Essa opção visa garantir que a busca por significações novas se dê continuamente, mantendo a originalidade dos elementos formadores na perspectiva da Matemática para o Ensino (Paiva, 2023). Essa nomenclatura também é utilizada pelo Grupo de Pesquisa em Educação Matemática do Espírito Santo (Gepem-ES), em consonância com essa compreensão teórica, reforçando o caráter coletivo dessa escolha no âmbito das investigações em Educação Matemática.

Nosso estudo enfatiza a importância da criação de espaços coletivos de reflexão e diálogo, onde os saberes docentes possam emergir, ser compartilhados e (re)significados, contribuindo para o desenvolvimento profissional de futuros professores. As tarefas de nossa pesquisa foram planejadas sob as perspectivas da Matemática para o Ensino e foram validadas em diferentes contextos de ensino, o que inclui: Encontros semanais no Gepem-ES; o minicurso

"Reflexões sobre o ensino de Números Inteiros" no I Encontro Desafios e Horizontes da Educação Profissional e Tecnológica; a apresentação e publicação do resumo no X Seminário Nacional da Licenciatura em Matemática (X SEMAT) em 2023; a Oficina *"Matemáticas: Jogos, Curiosidades e Números Inteiros"* no I Encontro do Gepem-ES em 2024; e as publicações dos resumos no Congresso Internacional Movimentos Docentes (2024, 2025).

Reconhecemos a relevância de considerar como o futuro professor e o professor experiente se constituem em seus processos formativos, mantendo essa experiência sempre vinculada às vivências como alunos (Paiva; Gualandi, 2023, p. 140). Essa perspectiva favorece a troca e a reflexão coletiva, o que possibilita uma compreensão mais ampla e situada do conceito estudado. Nesse sentido, o saber docente é visto como algo que não se limita a um conhecimento técnico ou instrumental, mas que se constitui na interação entre sujeitos, em práticas sociais e em processos comunicativos. O foco do nosso estudo reside em discutir como estudantes da Licenciatura em Matemática no minicurso *"Quando menos é mais?"*, realizam a (re)significação dos conceitos de Números Inteiros.

Para a metodologia, adotou-se o *Concept Study*, tomando alguns de seus aspectos para a (re)significação do objeto matemático. Nessa perspectiva, os participantes exploram conceitos de modo investigativo e colaborativo, ampliando e revisitando suas compreensões. Esse movimento favorece uma (re)significação contínua, na medida em que os futuros professores reconstroem concepções e aprofundam seus saberes. De acordo com essa metodologia, apenas a primeira ênfase é estruturada intencionalmente, enquanto outras podem emergir no decorrer das discussões entre os participantes. Na ênfase Significados, busca-se "

[...] identificar significados existentes" (Davis; Renert, 2014, p. 49); para isso, propõe-se uma questão disparadora que estimula reflexões e discussões coletivas.

2. A CONSTRUÇÃO DOS NÚMEROS INTEIROS

Alguns livros e materiais didáticos do ensino superior apresentam a construção do conjunto dos Números Inteiros através do conjunto das classes de equivalência (Guzzo, 2013; Machado, 2014; Ripoll; Rangel; Giraldo, 2016; Costa, 2019).

A definição dos Números Inteiros pela classe de subtrações equivalentes é um método usado para a construção formal desse conjunto a partir dos números naturais ($\mathbb{N}$), abordando a necessidade de estender a operação de subtração para além dos casos onde o minuendo é maior ou igual ao subtraendo. O número inteiro é compreendido como um conjunto de pares ordenados de números naturais (a, b) que possuem a mesma diferença — ou seja, que representam o mesmo resultado para a subtração $a - b$.

Dois pares de números naturais (a, b) e (c, d) são equivalentes se, e somente se, a soma dos termos externos for igual à soma dos termos internos, ou seja: $a + d = b + c$. Essa relação de equivalência particiona o conjunto em classes disjuntas, e cada uma dessas classes é, por definição, um número inteiro. Essas classes de equivalência são exatamente o que define os números inteiros positivos, negativos e o zero.

Por exemplo, o número inteiro $+2$ é representado pela classe de todos os pares (a, b) cuja diferença é

$\langle 2 \rangle$, como $\langle (2,0), (3,1), (4,2), \dots \rangle$.
 Formalmente, essa classe é $\langle (2,0), (3,1), (4,2), \dots \rangle$.
 Analogamente, o número inteiro $\langle -3 \rangle$ é a classe dos pares onde o segundo termo é maior que o primeiro por três unidades, como $\langle (0,3), (1,4), (2,5), \dots \rangle$,
 representando a classe $\langle (0,3), (1,4), (2,5), \dots \rangle$. Já o zero é a classe formada por pares onde os termos são iguais, como $\langle (0,0), (1,1), (2,2), \dots \rangle$,
 etc., ou seja, a classe $\langle (0,0), (1,1), (2,2), \dots \rangle$.

Essa construção garante que a adição e a multiplicação de inteiros possam ser definidas de maneira consistente com as operações de números naturais, resolvendo o problema de fecho da subtração e estendendo o sistema numérico.

As propriedades operatórias dos Números Inteiros referem-se às relações e regularidades que orientam o funcionamento das operações fundamentais nesse conjunto numérico. A adição e a multiplicação dos inteiros são fechadas, ou seja, o resultado de qualquer operação entre dois inteiros permanece no conjunto dos inteiros. Ambas são associativas e comutativas, e a multiplicação é distributiva em relação à adição. O zero atua como elemento neutro da adição, e o um, como elemento neutro da multiplicação. Além disso, para cada número inteiro existe um oposto aditivo, cuja soma resulta em zero. Já a subtração e a divisão não são sempre possíveis entre inteiros, pois o resultado pode não pertencer ao conjunto. Essas propriedades permitem compreender a estrutura e a coerência do sistema dos Números Inteiros, sustentando tanto sua formalização algébrica quanto seu ensino em diferentes níveis escolares.

3. FUNDAMENTOS DA MATEMÁTICA PARA O ENSINO

A Matemática para o Ensino é definida como uma forma de interagir com o conhecimento matemático que capacita o professor a estruturar situações de aprendizado, interpretar as ações dos estudantes com atenção e respondê-los de forma flexível. Essa abordagem visa permitir que os estudantes ampliem seus entendimentos e expandam suas possibilidades interpretativas por meio do acesso a conexões no ensino e práticas apropriadas.

Essa concepção representa a relação entre o professor e o conhecimento, proporcionando ao docente um saber que envolve o domínio e a compreensão acerca do porquê, para quê, para quem e de que maneira se ensina Matemática. Assim, a Matemática para o Ensino possibilita estruturar situações de ensino que favoreçam a compreensão do conceito desses estudantes.

Os saberes não explícitos, que envolvem dimensões tácitas, são importantes para ensinar matemática. Enquanto a tarefa do matemático é empacotar *insights* em formulações rígidas (teoremas, fórmulas, etc.), a tarefa do professor de matemática é desvendá-los. Para isso, o professor emprega o raciocínio associativo por meio de metáforas, imagens, analogias e conexões lógicas, o que diferencia seu conhecimento do conhecimento dos matemáticos.

A Matemática para o Ensino enfatiza que os professores precisam não apenas conhecer os conceitos matemáticos, mas também compreender como esses conceitos são desenvolvidos na cultura escolar. Essa perspectiva adota uma disposição aberta em relação ao conhecimento matemático que permite ao professor estruturar situações de aprendizagem e responder de forma flexível. O saber

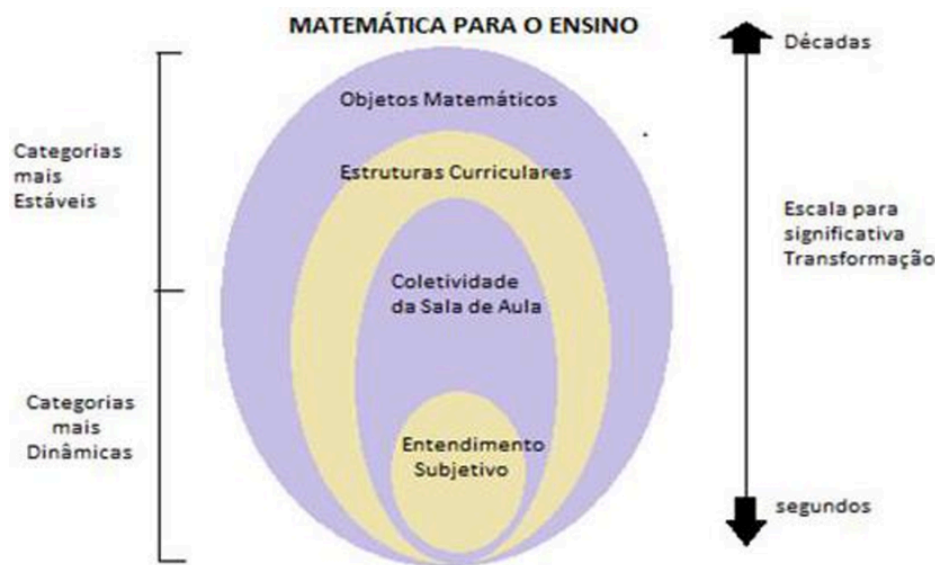
para o ensino se configura como uma maneira de interagir com o conhecimento, permitindo ao professor criar e desenvolver situações de aprendizagem que possibilitem ao aluno investigar, refletir e construir seu próprio entendimento.

Na perspectiva de Davis e Renert (2014), a Matemática para o Ensino é uma rede complexa de entendimentos, disposições e competências que não são facilmente nomeadas nem mensuradas. Ela deve ser experimentada, ou seja, vista, ouvida e sentida. Os autores defendem que o conhecimento de matemática necessário para o ensino não é uma versão diluída da matemática formal, mas um ramo específico da Matemática. O conhecimento de matemática do professor é extenso e dinâmico, não podendo ser abarcado em um conjunto de recursos ou comprimido em período de estudo.

O modelo teórico da Matemática para o Ensino é baseado na Ciência da Complexidade (*Complexity Science*). Esse modelo compreende o acoplamento do sistema individual do professor como um ambiente de sistemas, em que o indivíduo está vinculado a uma série de sistemas cada vez mais complexos (como a sala de aula, a escola, a humanidade).

Davis e Simmt (2006) propuseram uma articulação entre as categorias mais estáveis e as categorias mais dinâmicas, conforme a Figura 1.

Figura 1. Categorias Estáveis e Dinâmicas



Fonte: Davis e Simmt (2006), adaptado.

As categorias estáveis referem-se a conceitos, regras e princípios matemáticos já estabelecidos e formalizados representados pelos Objetos Matemáticos e Estruturas Curriculares. Já as categorias mais dinâmicas relacionam-se à maneira como o professor compreende e utiliza a Matemática no ensino, adaptando-se a diferentes contextos, alunos e situações; representado pelo Entendimento Subjetivo e Coletividade da Sala de Aula.

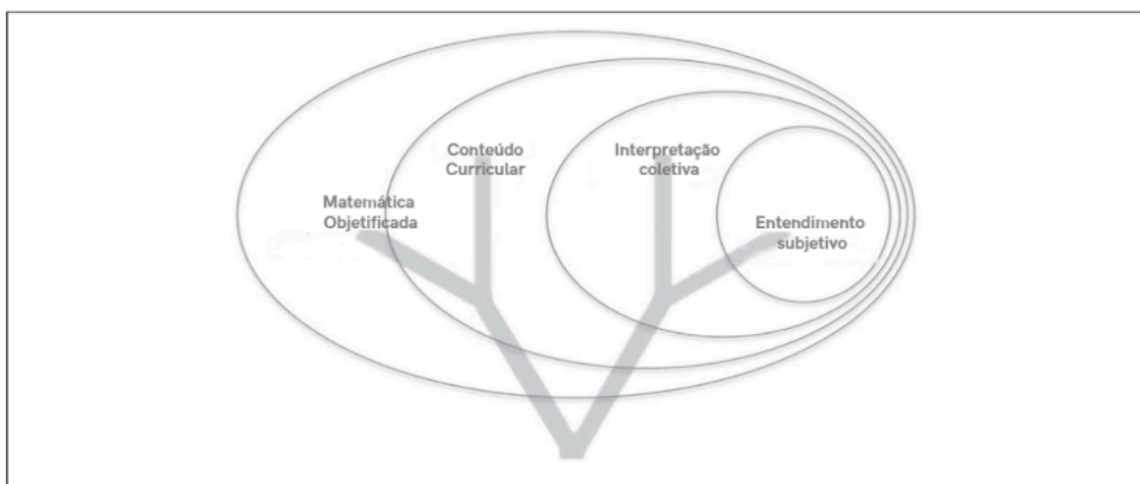
A articulação entre essas categorias do conhecimento matemático é considerada decisiva para a construção da Matemática para o Ensino, pois nessa articulação se estabelece a concepção proposta pelos pesquisadores. Isso indica a indissociabilidade entre os conceitos e o currículo - Matemática estabelecida - e a coletividade da sala de aula e o entendimento subjetivo - Matemática produzida. O conhecimento da Matemática estabelecida é inseparável do conhecimento de como a Matemática é estabelecida.

Em Davis e Simmt (2006), esses quatro aspectos - Objetos Matemáticos, Estruturas Curriculares, Coletividade da Sala de Aula e Entendimento Subjetivo - são compreendidos como fenômenos complexos aninhados uns nos outros, que obedecem a dinâmicas

semelhantes, ainda que em escalas de tempo muito distintas. Os autores argumentam, ainda, que o sistema de aprendizagem sobre o qual o professor pode atuar mais diretamente não é o estudante individual, mas a coletividade da sala de aula: os elementos de compreensão necessários para dar sentido a um conceito já estão, em geral, presentes no coletivo, cabendo ao professor criar condições para sua emergência - diversidade interna, redundância interna, controle descentralizado, restrições capacitantes e interações entre vizinhos (Davis; Simmt, 2006). Essa compreensão fundamenta a opção metodológica deste estudo, na medida em que o minicurso foi organizado para potencializar tais condições no grupo de licenciandos.

A Matemática para o Ensino difere do Conhecimento Matemático para o Ensino (MKT) de Ball, Thames e Phelps (2008). Enquanto o MKT se concentra nas dimensões individuais e nas características específicas do professor, a abordagem de Davis e colaboradores propõe que os processos de aprendizagem do professor sejam compreendidos como níveis interligados e integrados, evitando a separação entre o que é coletivo e o que é individual.

Figura 2. Categorias da Matemática para o Ensino



Fonte: Davis e Simmt (2006), adaptado.

Para evitar a separação entre o indivíduo e o coletivo, e entre as categorias mais estáveis e mais dinâmicas, o modelo é ilustrado com todas as categorias surgindo de um único ramo. Os sistemas complexos da Matemática para o Ensino estão aninhados e entrelaçados a um modelo construído a partir de sistemas menores de produção de conhecimento. O objetivo é retratar a harmonização e coevolução da ação histórica da disciplina de matemática, representadas como os sistemas de produção de conhecimento, com a produção dos saberes emergentes da própria atividade cognitiva individual do professor.

Davis e Renert (2014) destacam características no processo de conscientização dos complexos processos pelos quais a Matemática é produzida no contexto escolar. A característica emergência (*emergence*) é utilizada para compreender e caracterizar sistemas coimplicados dentro da Matemática para o Ensino, como as estruturas em evolução do entendimento pessoal dos professores, a dinâmica de produção de conhecimento em grupos sociais e as estruturas do domínio do conhecimento. A característica disposição aberta (*open disposition*) compreende o conhecimento disciplinar descrito como disposições abertas, e não como corpo de conhecimento estabelecido a ser incorporado. Demanda-se a adoção de uma disposição aberta envolvendo as interpretações e significados matemáticos emergentes. As fontes para esses significados são: enraizados na matemática estabelecida; selecionados e adaptados pelos professores para tornar os conceitos matemáticos mais acessíveis e inventados por estudantes em esforços para tornar a matemática pessoalmente coerente.

Além disso, o outro referencial teórico mobilizado neste estudo é o artigo "Learners with/in contexts that learn" (Davis, 2007), que

pautado na Ciência da Complexidade, descreve seis redes de constituição do saber matemático. Essas redes, ou *webs*, abrangem a *endoweb*, que se refere aos processos internos de compreensão do sujeito; a *egoweb*, ligada às interações interpessoais e ao diálogo com os outros; a *eduwweb*, que trata dos saberes escolares, orientados por currículos e práticas pedagógicas; a *ethnoweb*, que evidencia a dimensão cultural da Matemática como prática social; a *ecoweb*, vinculada às relações com o ambiente e a materialidade; e, por fim, a *webweb*, que é o entrelaçamento de todas as redes.

A perspectiva central de Davis (2007) sustenta que essas *webs* não funcionam de modo isolado; ao contrário, interconectam-se em uma teia dinâmica que evidencia a complexidade do saber matemático nos processos de formação. A ideia principal é que o meio que nos cerca ultrapassa o cenário passivo ou parado; ele é, na verdade, um sistema vivo, adaptável e capaz de se organizar sozinho.

4. DESENVOLVIMENTO DO MINICURSO “QUANDO MENOS É MAIS?”

O minicurso "Quando menos é mais?" foi criado com o auxílio dos membros do Gepem-ES e aprovado pelo Ifes – *campus* Vitória em 2023. Participaram seis estudantes do 4º período da Licenciatura em Matemática, em três encontros de quatro horas cada.

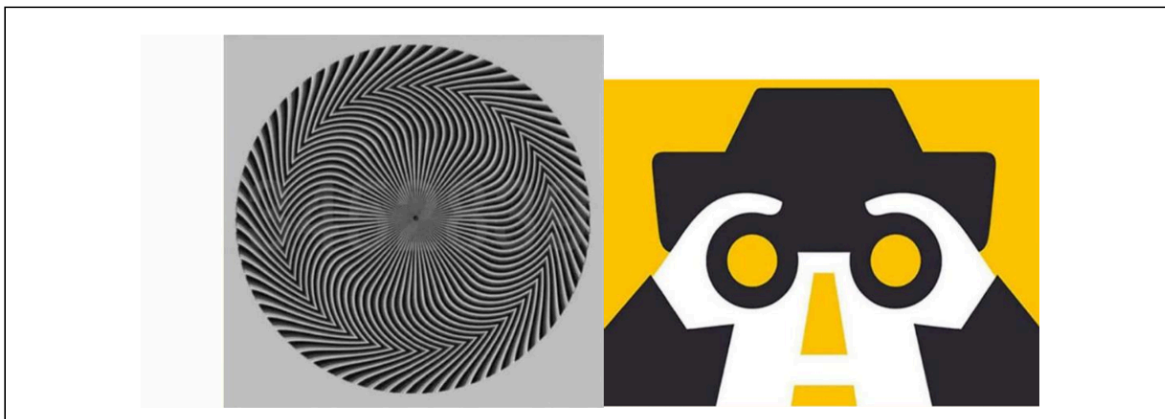
O objetivo central foi possibilitar a (re)significação dos conceitos de Números Inteiros, promovendo o desenvolvimento de uma Matemática para o Ensino. As atividades foram planejadas com base no *Concept Study*, estimulando momentos coletivos de diálogos, discussões e reflexões do objeto matemático estudado: Números Inteiros.

O *Concept Study* constitui uma metodologia participativa que, por meio do trabalho coletivo, favorece o compartilhamento de experiências e compreensões sobre um determinado conceito matemático. Nesse processo, os envolvidos interrogam, elaboram e (re)significam sua própria matemática em direção ao ensino, fazendo emergir múltiplos significados do conceito em estudo e contribuindo para o desenvolvimento de uma Matemática para o Ensino (Davis; Renert, 2014).

Neste estudo, serão apresentados alguns aspectos da Matemática para o Ensino, conforme propostos por Davis e Renert (2014), bem como as *webs* de conhecimentos descritas por Davis (2007), evidenciadas em cinco tarefas desenvolvidas pelos futuros professores durante o minicurso.

Na Tarefa 1 foi apresentado aos participantes imagens da *Optical Art*, também conhecida como *Op Art* - estilo artístico que utiliza técnicas visuais para criar ilusões de ótica e explorar os efeitos visuais. Em geral, a *Op Art* convida o espectador a explorar a relação entre forma, cor, espaço e movimento, incentivando uma interpretação ativa e envolvente da obra de arte.

Figura 3. Imagens *Optical Art*



Fonte: Adaptado de <https://www.uol.com.br/tilt/noticias/redacao/2022/02/19/qual-numero-voce-ve-ilusao-de-otica-causa-confusao-nas-redes-sociais.htm>. Acesso em: 6 jun. 2023.

Neste momento, a interação destaca-se pela descontração e pelo bom humor, resultado do fato de dois participantes não terem percebido o número 3452839 na imagem inicial apresentada na Figura 3. Nosso objetivo com a dinâmica era proporcionar a compreensão da metodologia adotada, estimulando as interpretações individuais e a comunicação no coletivo.

A Tarefa 1, baseada na *Op Art*, ilustra a manifestação inicial da *webweb* na formação docente. A *ecoweb* é observada pelo uso da imagem visual como recurso material, que estimula a *endoweb* - percepção individual dos participantes. A emergência ocorre quando as diferentes percepções geram a dinâmica do grupo na *egoweb*, impulsionando a compreensão coletiva sobre a metodologia. Essa atividade exige disposição aberta dos futuros professores, pois devem aceitar as interpretações diversas e singulares dos colegas - como o fato de dois participantes não terem percebido o número escondido.

Na Tarefa 2, a questão disparadora foi apresentada: "O que é número inteiro para você?" Com esse questionamento os participantes discutiram e refletiram sobre os significados iniciais do conceito estudado – a primeira ênfase do *Concept Study* foi observada.

Apresentamos os significados iniciais relatados pelos futuros professores no Quadro 1:

Quadro 1. Significados Iniciais

✓ *Número inteiro é a representação de um conjunto. São números positivos e negativos.*

✓ *Número inteiro é o que não pode ser decimal. Exemplo: 1, 65 e raiz de 2 não são inteiros. Já -3, -2, 1, 0, 1, 2, 3 são números inteiros.*

✓ *Um número inteiro é composto de números negativos e positivos.*



✓ *Um número inteiro é aquele que é representado sem casas decimais.*



✓ *São números não decimais. Número inteiro é aquele resultado de uma divisão exata.*

✓ *Um número que não é “quebrado” (frações ou números com casas decimais diferentes de zero).*

Fonte: Elaborado pelos pesquisadores (2023).

Um objeto matemático pode ser representado de diferentes formas: na língua materna, por meio das representações numérica, icônica, algébrica e gráfica. Para essa tarefa, os estudantes utilizaram as representações numérica e gráfica, empregando exemplos numéricos e desenhos da reta numérica.

Para a Tarefa 3 os licenciandos foram, novamente, questionados sobre o significado dos Números Inteiros. Com o retorno dessa questão, num momento coletivo, os estudantes apresentaram as seguintes respostas como apresentado na Figura 4.

Figura 4. Novos Significados

Novos Significados

Todos os números negativos, positivos e o zero.

O conjunto dos números inteiros é composto por um referencial zero, os números naturais e seus simétricos.

Números inteiros são uma extensão dos números naturais, agora incluindo números que possuem uma relação de "oposição" ou "simetria" a partir do número zero, que possui importante papel de referência para os números inteiros. (...)

Fonte: Elaborado pelos pesquisadores.

No Quadro 1, foram descritos seis itens que representavam os Significados iniciais atribuídos pelos participantes. Os licenciandos reorganizaram e sintetizaram suas respostas, evidenciando o referencial zero e a extensão dos números naturais (Figura 4).

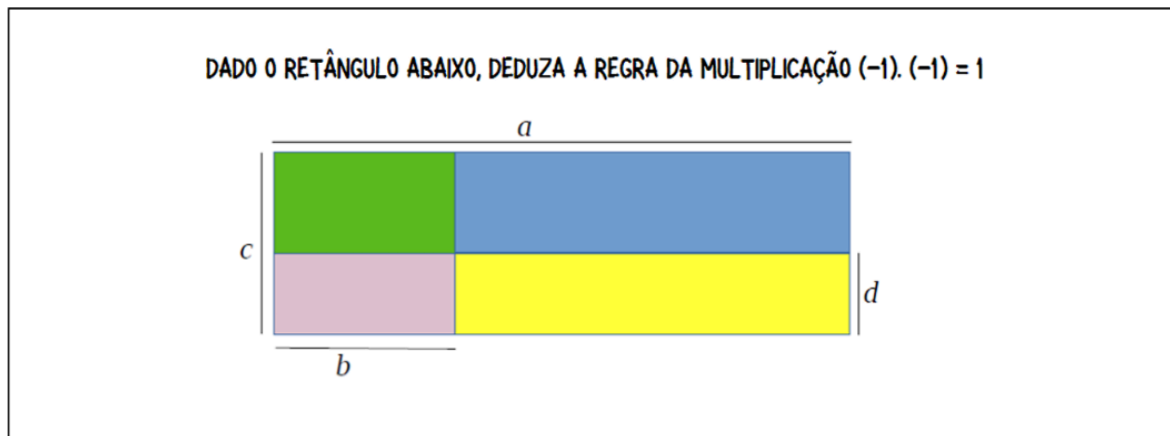
As Tarefas 2 e 3 demonstram a emergência como um ciclo coimplicado de expansão conceitual. O questionamento inicial ativa a *endoweb* - buscando significados individuais e a *eduweb* - o conceito curricular de Números Inteiros. A *egoweb* é importante, pois a reformulação e síntese dos conceitos ocorrem em um momento coletivo, mediado pela *ecoweb* - uso de representações numérica e gráfica. A emergência é visível na evolução do entendimento pessoal dos participantes, pois ocorre a reorganização de suas respostas, demonstrando uma disposição aberta em que os futuros professores selecionam e adaptam suas representações, mas mantendo-se enraizados na Matemática estabelecida, ao usarem os termos: referencial zero e simétricos.

Na Tarefa 4 os licenciandos, organizados em duplas, foram estimulados a deduzirem que a multiplicação de dois números negativos resultaria em um número positivo por meio de uma representação gráfica. O modelo justifica a regra dos sinais para a multiplicação, utilizando a relação atribuída a Diofanto de

Alexandria: $(a - b)(c - d) = ac - ad - bc + bd$.

Ilustramos na Figura 5 abaixo:

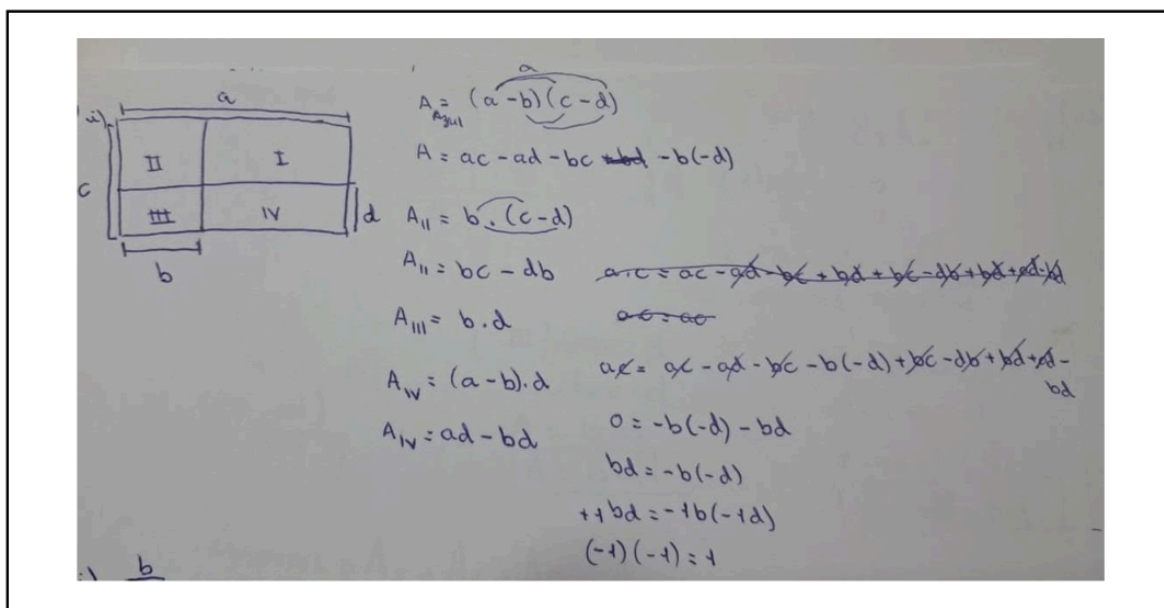
Figura 5. Proposta de tarefa



Fonte: Adaptada de Hogben (1970).

Nosso objetivo com a tarefa era observar as diferentes estratégias utilizadas análises feitas e descritas pelos licenciandos durante a resolução da tarefa, permitindo identificar as possíveis (re)significações da multiplicação e ampliações que poderiam surgir a partir das discussões. Os estudantes relataram que nunca haviam trabalhado com a proposta solicitada, o que explicou as dificuldades iniciais na resolução da tarefa. Após discussões, o Grupo 1 apresentou as seguintes abordagens como solução.

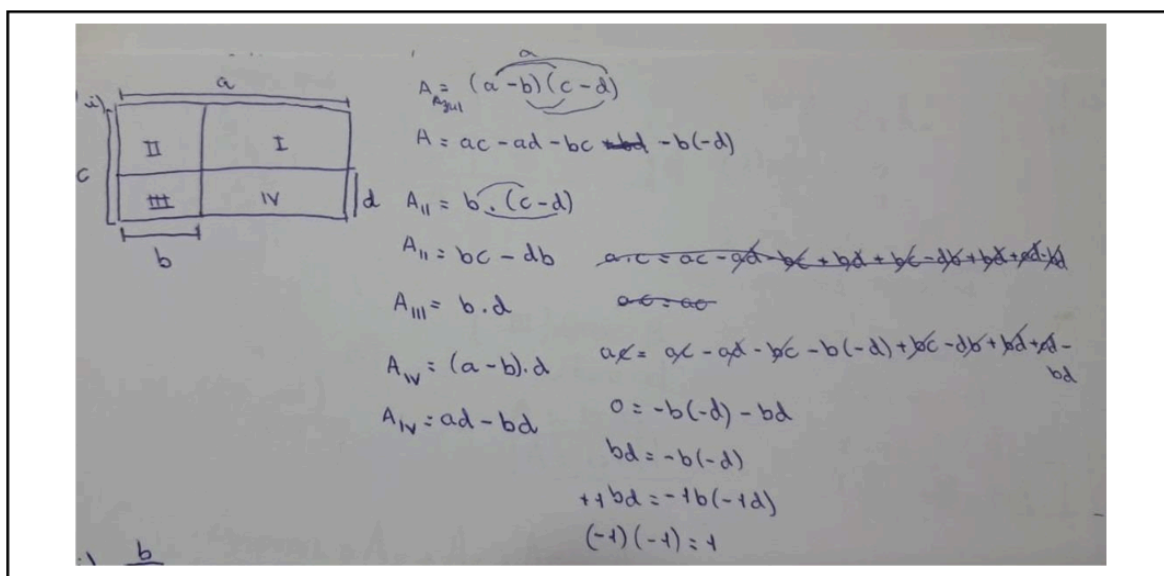
Figura 6. Parte inicial da resolução



Fonte: Participantes da pesquisa.

Para resolução, os estudantes enumeraram as áreas azul, verde, rosa e amarela como A_I , A_{II} , A_{III} e A_{IV} em seguida desenvolveram suas resoluções.

Figura 7. Parte final da resolução



Fonte: Participantes da pesquisa.

Neste momento, igualam a área ac com a soma das áreas A_I , A_{II} , A_{III} e A_{IV} .

Percebe-se que o grupo utilizou a lei do cancelamento na expressão, resultando em $a \cancel{c} = a \cancel{c}$. Ao perceberem que não encontrariam o que foi solicitado no enunciado, rasuraram a equação e reescreveram a expressão com a indicação do termo $-b \cdot (-d)$. Após a resolução encontraram a sentença $(-1) \cdot (-1) = 1$.

A pesquisadora questionou os estudantes sobre as etapas e propriedades utilizadas nas resoluções. Eles relataram ter realizado, inicialmente, o cálculo da área total, seguido pelo cálculo das subáreas (verde, rosa, azul e amarela). Em seguida, procederam à igualdade entre a soma das subáreas e a área total, finalizando com a simplificação algébrica, fundamentada no uso das seguintes propriedades: distributiva da multiplicação, comutativa da multiplicação e lei do cancelamento da adição. Para fins de sistematização, apresentamos a seguir a resolução acompanhada das descrições correspondentes.

Inicialmente, calculamos as áreas:

Área total: $A_T = a \cdot c$

Área verde: $A_{verde} = b \cdot (c - d)$

Área rosa: $A_{rosa} = b \cdot d$

Área azul: $A_{azul} = (a - b) \cdot (c - d)$

Área amarela: $A_{amarela} = d \cdot (a - b)$

Dessa forma, a soma das áreas deve ser igual à área total do retângulo:

Área total = Área verde + Área rosa + Área azul + Área amarela

Após as substituições temos a seguinte expressão:

$$a \cdot c = b \cdot (c - d) + b \cdot d + (a - b) \cdot (c - d) + d \cdot (a - b)$$

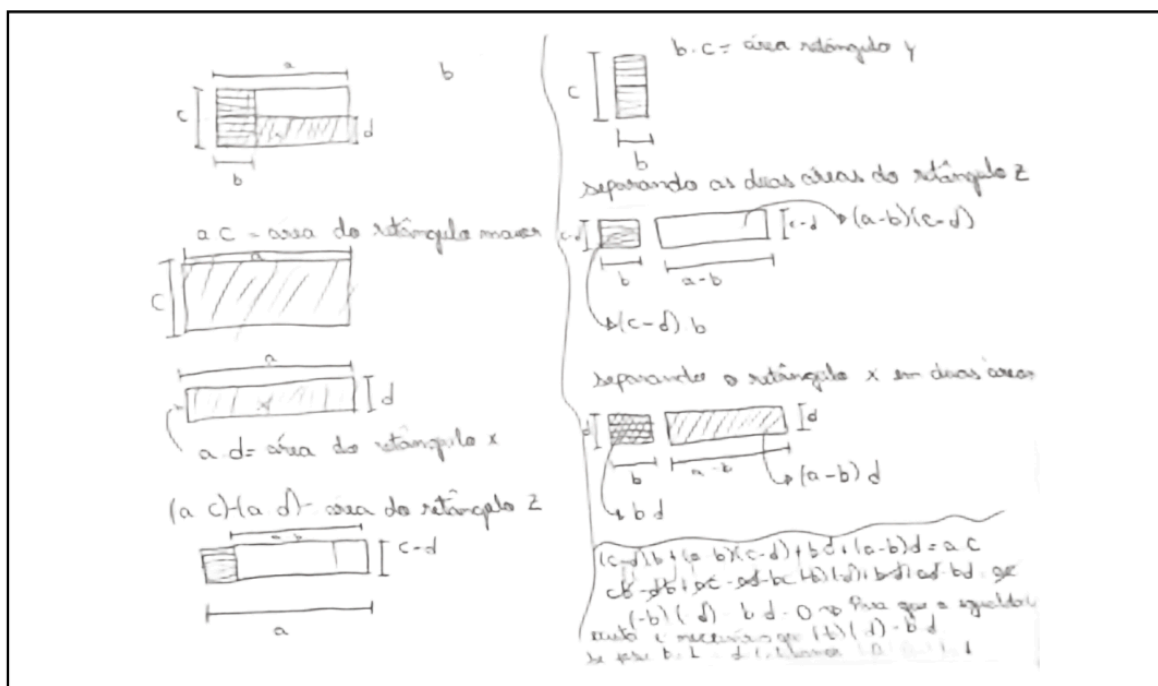
Expandindo a expressão utilizamos as propriedades: lei distributiva da multiplicação, comutativa da multiplicação e lei do cancelamento da adição, assim:

$$ac = bc - bd + bd + ac - ad - bc + (-b) \cdot (-d) + da - db \Leftrightarrow$$

$$0 = (-b)(-d) - bd \Leftrightarrow (-b)(-d) = bd \Leftrightarrow (-1)(-1) = 1.$$

A pesquisadora perguntou se algum grupo havia encontrado uma forma distinta de resolver o problema. A Figura 8 apresenta a nova representação elaborada pelos estudantes do Grupo 3.

Figura 8. Resolução do Grupo 3



Fonte: Participantes da pesquisa.

O grupo partiu de um retângulo maior, de lados a e c , cuja área é ac . A partir dele, foram destacados outros retângulos, de modo a contemplar tanto áreas positivas quanto áreas obtidas por diferenças de medidas, como $c-d$ e $a-b$.

O retângulo x foi identificado como um recorte do retângulo maior, com lados a e d , resultando em área ad . A área do retângulo z foi calculada como a diferença entre a área do retângulo maior e a do retângulo x , ou seja, $(ac) - (ad)$. Posteriormente, foi indicado que o retângulo z também poderia ser descrito com lados $(a-b)$ e $(c-d)$. Já o retângulo y , de lados b e c , possui área bc .

Os retângulos foram decompostos e reagrupados de duas maneiras distintas, conduzindo ao mesmo valor de área total, evidenciando a

equivalência das representações e justificando o resultado pretendido.

Após a exposição da resolução, ocorreu o seguinte questionamento:

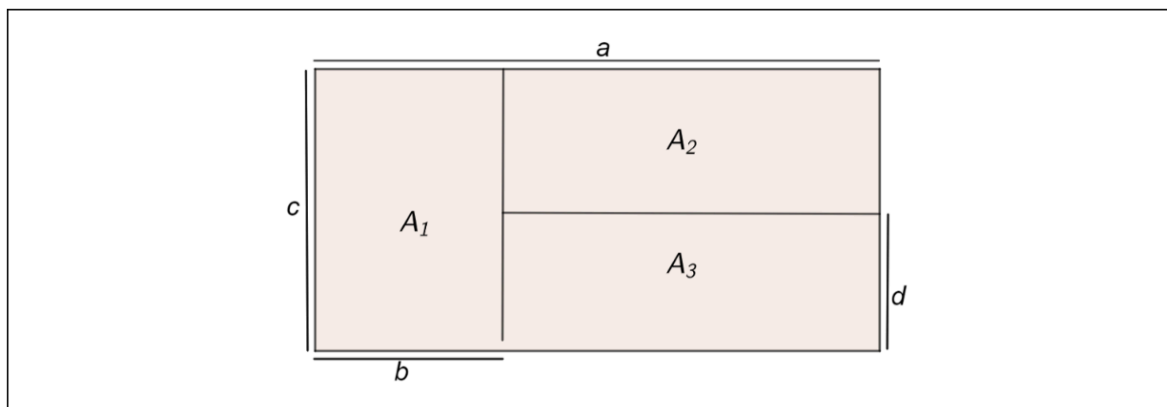
Pesquisadora: O que foi feito nesta resolução?

Participante 2: Foi feita a resolução com outra imagem. Foi feita uma nova distribuição no interior da figura. As áreas internas possuem outros valores, mas ao final encontramos a mesma multiplicação $(-1)(-1) = 1$.

Desta forma verificamos que o Grupo 3 adotou uma abordagem distinta na decomposição das áreas, mas a estratégia utilizada não alterou o uso das propriedades e manteve a compreensão do significado da regra dos sinais da multiplicação dos Números Inteiros.

Após esse momento, todos os estudantes discutiram e registraram uma nova possibilidade de resolução da tarefa. Reorganizaram os retângulos e apresentaram uma distribuição alternativa das áreas. Essa abordagem, embora parta da mesma ideia de equivalência geométrica, buscou maior clareza na representação e conduziu novamente à demonstração de que $(-1) \times (-1) = 1$.

Figura 9. Nova distribuição de áreas



Fonte: Participantes da pesquisa (adaptado).

Usamos áreas equivalentes, escrevendo a Área 1 = Área verde + Área rosa. Organizando e escrevendo as áreas, temos:

Área Total: $A_T = a \cdot c$

Área 1: $A_1 = b \cdot c$

Área 2: $A_2 = (a - b) \cdot (c - d)$

Área 3: $A_3 = d(a - b)$

Reescrevendo a Área Total como:

Área Total = Área 1 + Área 2 + Área 3

Após as substituições e o uso das propriedades operatórias, temos a seguinte expressão:

$$a \cdot c = b \cdot c + (a - b) \cdot (c - d) + d(a - b) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow ac = bc + ac - ad - bc + (-b)(-d) + da - db \Leftrightarrow$$

$$\{ \begin{aligned} & \Leftrightarrow 0 = (-b)(-d) - bd \Leftrightarrow (-b)(-d) = bd \Leftrightarrow (-1)(-1) = 1. \end{aligned}$$

A resolução utilizou a geometria com retângulos e áreas equivalentes para justificar o resultado. O raciocínio se apoia em decompor e recompor figuras de diferentes maneiras, igualando expressões algébricas que envolvem somas, diferenças e produtos, até chegar à interpretação de que o produto de dois números negativos é positivo, pois corresponde à área de uma figura que é, necessariamente, positiva.

A nova organização da tarefa realizada pelos estudantes reafirmou a perspectiva de Davis e Simmt (2006) de que o saber docente emerge da interação dentro de sala de aula e não pode ser reduzido a um conjunto de regras ou conhecimentos teóricos previamente definidos.

Na Tarefa 4, faz-se o uso da *ecoweb* e da *eduwab* para desafiar os saberes da Matemática. A *ecoweb* se manifesta, pois a dedução da regra de sinais é realizada por meio da representação gráfica de áreas, e a *eduwab* é ativada pelo uso de propriedades operatórias. A emergência é impulsionada pela dinâmica de produção em grupo para resolver um problema não conhecido pelos participantes. O princípio da disposição aberta pode ser percebido nas discussões do Grupo 3, que, ao criar uma nova distribuição de áreas, demonstra a capacidade de inventar uma abordagem coerente, garantindo que a justificação fosse realizada sem alterar a compreensão do significado da regra de sinais.

Na Tarefa 5 a pesquisadora fez o seguinte questionamento: Em quais momentos na escola, além das aulas de matemática,

utilizamos os termos positivos e negativos? Os licenciandos discutiram, como apresentado abaixo:

Participante 1: Na escola seria mais, esses inteiros na escola seriam mais focados em positivo e negativo, subtração e adição.

Pesquisadora: Mas só na matemática ou nas outras disciplinas também?

Participante 2: Geografia. E mapas, as coordenadas. Positivos e negativos.

Participante 3: Ah, negócio de uso de fuso horário. Na física, adição de pólo positivo e negativo, das pilhas.

Participante 2: Biologia tem na genética. Sangue, né? Sim, questão de uso de negativo antes e depois.

Participante 3: Para português deve ter alguma coisa [...] quando vai discutir sinônimo e antônimo, questão de ser o contrário, mas não usa palavra negativa.

Participante 4: Usa na hora de explicar a questão da ortografia. As professoras falam menos tal letra, e acrescenta outra. [...] Quando vai analisar a estrutura da palavra, tem um radical mais [...] eu não sei se é palavra prefixo, sufixo ou radical.

Participante 3: É, mas o menos eu acho que não entra muito.

Participante 4: É, porque tem que tirar, às vezes, algumas letras. Igual no inglês, pois aparece o sinal de menos.

Por meio destes dados buscamos exemplificar as discussões e reflexões dos futuros professores sobre a presença de registros textuais e do uso dos sinais de (+) e (-) em diversos componentes curriculares e evidenciar junto a estes participantes a importância de promover o trabalho colaborativo entre professores de diferentes áreas do conhecimento. Destacamos a necessidade de investigar a relação entre diferentes tópicos da matemática e como constam no

currículo, de articulações no currículo horizontal e vertical (Davis; Renert, 2009).

A Tarefa 5 expande a análise para a *ethnoweb*, mostrando a emergência do domínio da Matemática para o Ensino. O debate coletivo presente na *egoweb* leva à conexão dos termos "positivo" e "negativo" a práticas sociais e científicas em outras áreas - Geografia, Física, Biologia - integrando o conceito a uma dimensão cultural mais ampla. Essa discussão ilustra a emergência com a expansão do saber da Matemática. A disposição aberta se manifesta no interesse dos participantes em selecionar e adaptar o conceito, tornando-o relevante e acessível em diversos componentes curriculares, o que reforça a importância do trabalho colaborativo entre os professores de diferentes campos do conhecimento.

O conjunto das tarefas demonstra, por fim, a *webweb* em funcionamento: a capacidade de agir e criar matemática não é linear nem restrita ao domínio cognitivo, mas emerge do entrelaçamento dinâmico e inseparável de todas essas esferas na complexidade da formação docente.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O minicurso "Quando menos é mais?" revelou-se um espaço para a formação inicial com futuros professores de Matemática, confirmando a importância de práticas que valorizam a coletividade e o diálogo, em contraste direto com modelos formativos baseados em prescrições normativas. A (re)significação dos conceitos de Números Inteiros, objetivo central do estudo, foi alcançada por meio de uma experiência formativa na sala de aula, consolidando uma Matemática para o Ensino, que apresenta um saber dinâmico,

situado e coletivo. A análise demonstrou que as (re)significações dos licenciandos não ficaram restritas à matemática estabelecida; elas emergem do entrelaçamento dinâmico das seis *webs* de Davis.

A aplicação dos conceitos de emergência e disposição aberta permitiu detalhar essa dinâmica. A emergência manifestou-se na expansão contínua das estruturas de entendimento pessoal (*endoweb*) e na dinâmica de produção em grupo (*egoweb*), culminando na expansão da compreensão Matemática para além da disciplina, alcançando conexões culturais e materiais (*ethnoweb* e *ecoweb*). Paralelamente, a disposição aberta revelou a capacidade dos futuros professores de selecionar, adaptar e até inventar abordagens coerentes para o conceito, indo além da simples reprodução de formas explícitas. Essa postura aberta evidente desde a interpretação da *Op Art* até a dedução da regra de sinais e a busca por conexões interdisciplinares, indica que a Matemática para o Ensino exige uma disposição flexível e reflexiva.

Os resultados obtidos reforçam a crítica às propostas curriculares que empobrecem o processo formativo, limitando-o a um conhecimento técnico-instrumental. O estudo apoia a compreensão de que o saber docente em Matemática se constitui em interações, e não apenas por internalização individual de conteúdo. Portanto, a Matemática para o Ensino deve ser cultivada em espaços que promovam as discussões e reflexões coletivas articuladas a resolução de problemas. Sugerimos que futuras pesquisas explorem o uso das implicações das *webs* para a construção de uma Matemática para o Ensino, modelo teórico importante para a formação inicial e continuada de professores de Matemática.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BALL, D. L.; THAMES, M. H.; PHELPS, G. Content knowledge for teaching: what makes it special? *Journal of Teacher Education*, Thousand Oaks, v. 59, n. 5, p. 389-407, 2008.

BAZZO, V. L.; SCHEIBE, L. De volta para o futuro: retrocessos na formação de professores. *Retratos da Escola*, Brasília, v. 13, n. 27, p. 669-684, 2019.

BRASIL. Conselho Nacional de Educação. Resolução CNE/CP nº 2, de 20 de dezembro de 2019. Define as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação Inicial de Professores para a Educação Básica e institui a Base Nacional Comum para a Formação Inicial de Professores da Educação Básica (BNC-Formação). *Diário Oficial da União*: seção 1, Brasília, DF, n. 248, p. 43-46, 23 dez. 2019. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br>. Acesso em: 02 out. 2026.

COSTA, Reinaldo Viana da. Dos números naturais aos números reais. 2019. Tese (Doutorado) - Universidade de São Paulo, São Paulo, 2019.

DAVIS, B. Learners with/in contexts that learn. *For the Learning of Mathematics*, Fredericton, v. 27, n. 2, p. 25-32, 2007.

DAVIS, B.; RENERT, M. Mathematics-for-teaching as the shared dynamic constitution of a collective teacher. *The Journal of Mathematical Behavior*, v. 28, n. 1, p. 37-49, 2009.

DAVIS, B.; RENERT, M. The geometry of thinking for teachers: mathematics-for-teaching as a dynamic, complex, and collective endeavor. New York: Routledge, 2014.

DAVIS, B.; SIMMT, E. Mathematics-for-teaching: an ongoing investigation of the mathematics that teachers (need to) know.

Educational Studies in Mathematics, Dordrecht, v. 61, n. 3, p. 293-319, 2006.

GONÇALVES, S. R. V. L.; MOTA, M. R. A. Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação Inicial de Professores: novos retrocessos e velhos ataques à autonomia docente. Revista Práxis Educacional, Vitória da Conquista, v. 16, n. 42, p. 345-367, 2020.

GUZZO, Sandro Marcos. Números inteiros. Cascavel - Paraná, 2013.

HOGBEN, L. Maravilhas da matemática. Tradução de Paulo M. Oliveira. Porto Alegre: Globo, 1970.

MACHADO, G. M. A construção dos números. Trabalho de Conclusão de Curso. Departamento de Matemática. Centro de Ciências Exatas e Tecnologia. Universidade Federal de São Carlos. São Carlos-SP: UFSCar, 2014.

PAIVA, M. A. V. Matemática para o Ensino: concepções e percursos de formação de professores. Vitória: Edifes, 2023.

PAIVA, M. A. V.; GUALANDI, J. H. Processos formativos e saberes docentes em Educação Matemática. Revista Paranaense de Educação Matemática, Campo Mourão, v. 12, n. 28, p. 135-152, 2023.

PAIVA, Maria Auxiliadora Vilela; SOUSA, Tatiana Bonomo de; CAMPOS, Ayandara Pozzi de Moraes. Formação de Professores: Matemática para o Ensino na Investigação de Conceito. Revista Eletrônica de Educação, v. 17, p. e6231098, 2023. DOI: 10.14244/198271996231.

PAIVA, Maria Auxiliadora Vilela. Formação de professor numa perspectiva de trabalho coletivo e colaborativo. In: SILVA, Jocitiel Dias da; CESAN, Andressa (org.). Matemática no Espírito Santo: história, formação de professores e aplicações. Vitória: Editora Mils, 2020. p. 59-80.

RIPOLL, C.; RANGEL, L.; GIRALDO, V. Livro do professor de matemática na educação básica: números naturais. Rio de Janeiro: SBM, 2016.

¹ Doutoranda em Educação em Ciências e Matemática pelo Instituto Federal do Espírito Santo (Ifes). Mestra em Matemática pela Universidade Estadual Paulista (Unesp) – Rio Claro (2011). Graduada em Licenciatura em Matemática pela Universidade de Rio Verde – GO (2006). Professora efetiva do Instituto Federal do Sudeste de Minas Gerais (IF Sudeste MG) – campus Rio Pomba. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2498-5399>. E-mail: [acesse o artigo original para visualizar o e-mail](#).

² Doutora em Matemática pela Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (PUC-Rio) (1999). Pós-doutorado em Ensino de Matemática pela Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ) (2019). Professora do Instituto Federal do Espírito Santo (Ifes). ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-2713-1345>. E-mail: [acesse o artigo original para visualizar o e-mail](#).

³ Doutor em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP). Professor do Instituto Federal do Espírito Santo (Ifes) – campus Cachoeiro de Itapemirim. Professor do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e

Matemática (Educimat) do Instituto Federal do Espírito Santo. E-mail: [acesse o artigo original para visualizar o e-mail](#). ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-0302-7650>