

METODOLOGIAS ATIVAS APLICADAS À RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE OTIMIZAÇÃO NA 12.^a CLASSE DO ENSINO SECUNDÁRIO

**ACTIVE METHODOLOGIES APPLIED TO SOLVING OPTIMIZATION
PROBLEMS IN THE 12TH GRADE OF SECONDARY EDUCATION**

Ciências Exatas e da Terra, Ciências Humanas • 03/10/2026

REGISTRO DOI: [10.70773/revistatopicos/790788607](https://doi.org/10.70773/revistatopicos/790788607)

Daniel Sebastião Celestino¹

Manuel Panzo Muluta²

Augusto Moura Rasga³

RESUMO

Este artigo analisa a aplicação de metodologias ativas no ensino de problemas de otimização na 12.^a classe, visando compreender práticas docentes e dificuldades dos alunos na interpretação, modelagem e resolução de situações envolvendo derivadas. Trata-se de uma pesquisa descritiva, de abordagem mista, com predominância qualitativa e natureza não experimental. Participaram quatro professores de Matemática e cinquenta alunos de um liceu do município do Lubango (Huíla, Angola). Os dados foram coletados por questionário aos professores e teste aplicado aos alunos com quatro questões. Os resultados mostram que a otimização é pouco trabalhada de forma sistemática, apesar do reconhecimento da sua relevância. Constatam-se dificuldades na interpretação de enunciados, construção de modelos e aplicação de procedimentos matemáticos em contextos reais. Propõe-se o uso integrado de metodologias ativas para promover aprendizagem significativa.

Palavras-chave: Ensino da Matemática; Metodologias ativas; Otimização; Resolução de problemas.

ABSTRACT

This article analyzes the application of active methodologies in teaching optimization problems in the 12th grade, aiming to understand teachers' pedagogical practices and students' difficulties in interpreting, modeling, and solving situations involving derivatives. This is a descriptive study with a mixed-method approach, predominantly qualitative, and non-experimental in nature. Four Mathematics teachers and fifty students from a secondary school in the municipality of Lubango (Huíla, Angola) participated in the research. Data were collected through a questionnaire administered to teachers and a knowledge test

applied to students containing four questions. The results show that optimization is not systematically addressed in the classroom, although teachers recognize its relevance. Difficulties were found in interpreting problem statements, constructing mathematical models, and applying procedures in real contexts. An integrated use of active methodologies is proposed to promote meaningful learning.

Keywords: Mathematics Education; Active methodologies; Optimization; Problem solving.

1. INTRODUÇÃO

A crescente complexidade dos contextos educacionais atuais exige abordagens pedagógicas que favoreçam a participação dos alunos, o desenvolvimento do pensamento crítico e a autonomia na aprendizagem. Essa necessidade torna-se ainda mais relevante no contexto angolano, uma vez que, segundo Muluta e João (2025), a educação deve promover a formação harmoniosa e integral da personalidade, na qual o aluno desenvolva competências capazes de responder aos desafios da sociedade contemporânea.

Nesse sentido, as metodologias ativas surgem como uma alternativa às práticas tradicionais centradas na transmissão e na memorização de conteúdos, nas quais o aluno assume, em grande parte, uma postura passiva no processo de ensino e aprendizagem (Bacich; Moran, 2018). Essa mudança de paradigma responde à necessidade de promover aprendizagens mais dinâmicas, colaborativas e orientadas para a resolução de problemas.

Em Angola, muitos alunos do ensino médio apresentam dificuldades na compreensão de conceitos matemáticos e,

sobretudo, na aplicação desses conhecimentos em situações concretas. Nesse sentido, de acordo com Bacich e Moran (2018), o uso de metodologias ativas apresenta-se como uma alternativa para enfrentar esse problema, pois contribui para o desenvolvimento intelectual dos alunos ao favorecer sua participação ativa na construção do conhecimento.

Em consonância com essa perspectiva, Freire (2017), defende que a aprendizagem se fortalece quando o aluno é envolvido em situações que exigem reflexão, argumentação e tomada de decisões.

No cotidiano, os alunos são frequentemente confrontados com situações que envolvem decisões de natureza otimizadora, tais como minimizar custos, maximizar lucros, reduzir desperdícios, determinar percursos mais curtos ou planejar a utilização eficiente de recursos. Em Matemática, muitas dessas situações podem ser modeladas e resolvidas com o auxílio das derivadas, por meio da determinação de pontos críticos, máximos e mínimos de funções. Na 12.^a classe, em que o estudo das funções, de sua variação e de seus extremos constitui um dos conteúdos centrais do programa, a abordagem de problemas de otimização mostra-se particularmente pertinente, pois permite ao aluno estabelecer uma relação direta entre os conceitos matemáticos e situações concretas da sua realidade.

Entretanto, observa-se que, em muitas escolas, os conteúdos relacionados à otimização continuam a ser trabalhados de forma predominantemente teórica e descontextualizada, o que limita a compreensão dos alunos e dificulta a construção de significados matemáticos. Em grande parte das aulas, os problemas de otimização restringem-se à aplicação de técnicas algébricas

envolvendo derivadas, sem que se explore, de forma sistemática, o uso de metodologias ativas que favoreçam a contextualização e a compreensão prática desses problemas. Esse cenário constitui um problema relevante, pois compromete o desenvolvimento do raciocínio matemático e a capacidade de utilizar a Matemática na resolução de situações reais.

Diante disso, este estudo é orientado pela seguinte pergunta científica central: como são utilizadas as metodologias ativas pelos professores no ensino de problemas de otimização na 12.^a classe e que relação essas práticas apresentam com o desempenho dos alunos na resolução desses problemas?

A partir desta pergunta central, formulam-se as seguintes perguntas secundárias:

- a. Quais práticas pedagógicas os professores adotam no ensino de problemas de otimização na 12.^a classe?
- b. Quais dificuldades os alunos apresentam na resolução de problemas de otimização?
- c. De que forma as práticas pedagógicas dos professores influenciam o desempenho dos alunos na resolução de problemas de otimização?

A aprendizagem da Matemática, especialmente de conteúdos que exigem elevado nível de abstração, tende a se tornar mais eficaz quando os alunos têm a oportunidade de aplicar os conceitos em situações contextualizadas (D'Ambrosio, 2012).

Assim, a utilização de metodologias ativas, como a aprendizagem baseada em problemas, a sala de aula invertida e a aprendizagem colaborativa, apresentam-se como uma possibilidade pedagógica consistente para minimizar essas dificuldades. Tais metodologias tornam o processo de ensino e aprendizagem mais participativo e significativo, ao mesmo tempo em que favorecem o envolvimento dos alunos na análise, na interpretação e na resolução de problemas de otimização (Moran, 2014; Freire, 2017; Bacich; Moran, 2018).

A relevância deste estudo também se justifica pelo impacto que as metodologias ativas podem exercer no rendimento escolar. Ao trabalhar problemas de otimização relacionados à realidade dos estudantes, o professor cria condições para que a Matemática seja compreendida como um instrumento para interpretar, explicar e resolver situações do cotidiano, contribuindo para uma aprendizagem mais eficaz e para a melhoria do desempenho dos alunos contribuindo para uma aprendizagem mais eficaz e para a melhoria do desempenho dos alunos (Dante, 2009; Onuchic; Allevato, 2012).

Apesar do reconhecimento, na literatura, da importância das metodologias ativas no ensino da Matemática, ainda são escassos, particularmente no contexto angolano, estudos que analisem, de forma específica, sua aplicação na resolução de problemas de otimização na 12.^a classe. Essa lacuna evidencia a necessidade de investigações que examinem, de modo mais direto, as potencialidades dessas abordagens nesse domínio.

Dessa forma, o objetivo central desta pesquisa consiste em analisar a aplicação de metodologias ativas na resolução de problemas de otimização na 12.^a classe do ensino médio, identificando suas

potencialidades e seus contributos para o desenvolvimento do raciocínio matemático dos alunos. Além disso, este estudo também pretende contribuir para o fortalecimento das práticas pedagógicas no contexto angolano, no qual ainda predominam práticas de ensino tradicional.

Para orientar a análise do processo de resolução de problemas, o presente estudo apoia-se no modelo heurístico proposto por George Pólya, que organiza a resolução em etapas de compreensão do problema, elaboração de um plano, execução e verificação da solução. Esse modelo é amplamente utilizado no ensino da Matemática por favorecer uma abordagem mais reflexiva, estruturada e consciente diante de situações-problema, especialmente no trabalho com problemas de modelagem e de otimização.

Para isso, desenvolveu-se um estudo de natureza descritiva, com a aplicação de questionários a professores de Matemática e de um teste de conhecimentos a alunos da 12.^a classe, buscando compreender tanto as práticas pedagógicas relacionadas ao ensino da otimização quanto o nível de domínio dos estudantes em relação à resolução desse tipo de problema.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1. Metodologias Ativas e a Resolução de Problemas de Otimização no Ensino da Matemática

No ensino da Matemática, as metodologias ativas têm sido apontadas como estratégias pedagógicas capazes de favorecer aprendizagens mais significativas, especialmente em conteúdos que exigem interpretação, raciocínio lógico e resolução de problemas.

Diferentes estudos evidenciam que essas abordagens contribuem para a melhoria do rendimento escolar e para o desenvolvimento de atitudes mais positivas dos alunos em relação à disciplina (Skovsmose, 2001; D'Ambrosio, 2012).

Entre as abordagens mais discutidas na literatura, destacam-se a aprendizagem baseada em problemas, a sala de aula invertida, a aprendizagem colaborativa e a aprendizagem baseada em projetos, por promoverem maior participação dos alunos na construção do conhecimento matemático (Ponte; Brocardo; Oliveira, 2003; Dante, 2009; Onuchic; Allevato, 2012).

Ao propor situações contextualizadas e desafiadoras, essas metodologias favorecem a interpretação, a argumentação e a construção de estratégias de resolução. No ensino de problemas de otimização, essa perspectiva torna-se particularmente relevante, pois exige que o aluno compreenda a situação apresentada, identifique as variáveis envolvidas, modele matematicamente o problema e interprete adequadamente os resultados obtidos.

Entre as principais metodologias ativas discutidas na literatura, destacam-se:

A aprendizagem baseada em problemas (ABP), na qual os alunos são desafiados a resolver problemas contextualizados que exigem reflexão, investigação e construção de soluções fundamentadas, favorecendo o desenvolvimento da autonomia e do pensamento crítico (Bacich; Moran, 2018; Freire, 2017).

A aprendizagem baseada em projetos, que envolve o desenvolvimento de atividades mais articuladas e práticas, incluindo etapas de planejamento, execução e apresentação dos resultados,

promovendo a interdisciplinaridade e a aprendizagem significativa (Moran, 2014; Bacich; Moran, 2018).

A sala de aula invertida (*Flipped Classroom*), na qual os alunos estudam previamente os conteúdos teóricos em casa e utilizam o tempo em sala para resolver atividades, discutir estratégias e esclarecer dúvidas, favorecendo maior compreensão dos conceitos e maior autonomia (Moran, 2014; Bacich; Moran, 2018).

A aprendizagem colaborativa, que valoriza o trabalho em grupo, a troca de ideias e a construção conjunta do conhecimento, por meio de estratégias como a aprendizagem cooperativa e os debates em sala de aula (Libânio, 1994).

A gamificação, que procura aumentar a motivação dos alunos por meio da utilização de elementos lúdicos e de jogos associados aos conteúdos do currículo, favorecendo o envolvimento e a participação nas atividades de aprendizagem (Moran, 2014; Bacich; Moran, 2018).

De modo geral, os autores discutidos convergem ao defender que as metodologias ativas favorecem uma aprendizagem mais significativa, participativa e contextualizada no ensino da Matemática. Para Bacich e Moran (2018), essas abordagens ampliam a autonomia e o protagonismo dos alunos no processo de construção do conhecimento; Freire (2017) enfatiza a importância do diálogo, da reflexão crítica e da participação ativa na aprendizagem; Libâneo (1994) destaca o papel das interações sociais e da construção coletiva do conhecimento no desenvolvimento das aprendizagens; enquanto D'Ambrosio (2012) e Skovsmose (2001) ressaltam a necessidade de relacionar os conteúdos matemáticos

com situações concretas da realidade dos estudantes. Nessa perspectiva, o uso de metodologias ativas contribui para o desenvolvimento de competências essenciais, como o raciocínio lógico, a resolução de problemas, a comunicação matemática, a autonomia e a capacidade de tomada de decisões diante de situações-problema.

Contudo, neste trabalho, considerando o problema científico central e as dificuldades identificadas nos alunos, adotam-se como estratégias orientadoras da proposta pedagógica a aprendizagem baseada em problemas, por favorecer a interpretação dos enunciados e a construção da função de otimização; a aprendizagem colaborativa, por possibilitar a discussão de diferentes estratégias de resolução e a validação dos resultados; e a sala de aula invertida, por contribuir para a preparação prévia dos conceitos de derivadas necessários à resolução dos problemas de otimização trabalhados na 12.^a classe.

2.2. Problemas de Otimização

Um problema de otimização consiste em encontrar a melhor solução possível para uma situação, dentro de um conjunto de opções permitidas. No dia a dia, lidamos com situações de otimização de forma intuitiva. Por exemplo, como escolher o caminho mais rápido para o trabalho ou como minimizar gastos em compras sem comprometer a qualidade.

Em termos matemáticos, um problema de otimização consiste em encontrar a melhor solução viável de uma situação por meio do máximo ou mínimo de uma função que a representa, respeitando um conjunto de restrições dentro de um determinado intervalo

(Dante, 2009). O objetivo é identificar, entre todas as soluções possíveis, aquela que melhor atende a um critério definido, considerando as condições impostas pelo contexto.

De acordo com o mesmo autor, para formular um problema de otimização, três elementos são essenciais: (i) variáveis de decisão ($x_1, x_2, \dots, x_n$), correspondem aos parâmetros que podem ser ajustados; (ii) função objetivo ($f(x)$), representa aquilo que se deseja otimizar. Pode corresponder à minimização de uma grandeza indesejada ou à maximização de uma grandeza de interesse; (iii) restrições: São as regras que limitam as decisões e condicionam a solução possível do problema (Dante, 2009).

No presente estudo, a resolução de problemas de otimização concentra-se exclusivamente em situações que envolvem o estudo das variações de funções reais. O foco está na compreensão e na aplicação prática de derivadas, pontos estacionários, análise da monotonia e identificação de valores máximos e mínimos relativos. Para isso, primou-se na utilização de metodologias ativas, privilegiando estratégias contemporâneas de ensino e aprendizagem desses conceitos fundamentais do cálculo, no contexto da 12.^a classe do ensino médio angolano, que é equivalente ao 3.^o ano do Ensino Médio no Brasil.

Assim, para a adequada resolução de problemas de otimização, é importante que os alunos possuam alguns conhecimentos prévios, dentre os quais:

1. i. Cálculo da derivada de uma função – essencial para analisar variações e encontrar extremos;

2. ii. Estudo da monotonia de uma função – permite identificar intervalos de crescimento e decrescimento;
3. iii. Determinação de pontos estacionários – onde a derivada é zero ou indefinida, possíveis candidatos a extremos;
4. iv. Identificação de máximos e mínimos – distinguir entre extremos relativos e absolutos;
5. v. Compreensão das condições necessárias e suficientes para extremos – garante rigor na análise das soluções;

Esses conhecimentos ajudam os alunos a compreender a situação apresentada, estruturar matematicamente o problema e interpretar a solução obtida.

2.3. Modelo de Pólya para a resolução de problemas

Segundo Pólya (1995), a resolução de problemas pode ser orientada por uma heurística organizada em quatro etapas fundamentais.

Na primeira etapa, denominada compreensão do problema, busca-se identificar o que deve ser determinado, quais informações são fornecidas e quais condições ou restrições estão associadas à situação apresentada, sendo recomendável a representação do problema por meio de esquemas ou ilustrações.

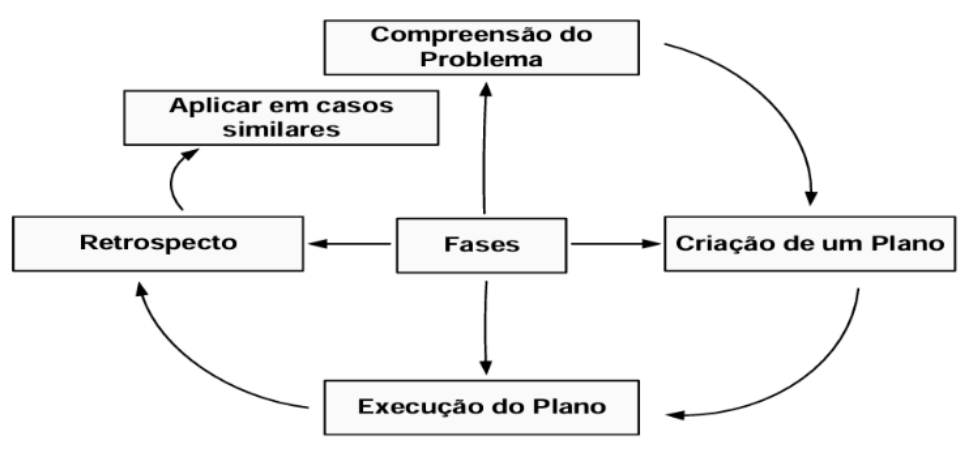
A segunda etapa corresponde à elaboração de um plano de ação, na qual se analisam possíveis estratégias de resolução, as relações existentes entre as variáveis envolvidas e os procedimentos matemáticos mais adequados para tratar o problema.

Na terceira etapa, denominada execução do plano, procede-se à aplicação da estratégia definida, verificando-se, passo a passo, a coerência dos cálculos e dos procedimentos utilizados.

Por fim, na quarta e última etapa, denominada retrospectiva ou verificação, analisa-se a solução obtida, verificando sua adequação ao problema inicial e às condições estabelecidas.

Eis a seguir na figura 1 a esquematização do referido modelo:

Figura 1. Esquematização do modelo de Pólya



Fonte: Elaboração baseada em Pólya (1995)

Esse modelo mostra-se particularmente adequado à resolução de problemas de otimização, pois orienta o aluno na identificação das variáveis envolvidas, na construção da função a ser otimizada, na definição das restrições e na interpretação do resultado encontrado à luz da situação original.

3. METODOLOGIA

Esta pesquisa caracteriza-se, quanto aos objetivos, como descritiva e, quanto à abordagem, como mista, com predominância qualitativa. A opção por esse enquadramento justifica-se pelo facto de o estudo procurar compreender as práticas pedagógicas dos professores no

ensino de problemas de otimização e, simultaneamente, analisar o desempenho dos alunos na resolução desse tipo de problemas, sem qualquer intervenção ou manipulação de variáveis (Gil, 2008). A abordagem mista possibilita a integração de dados qualitativos e quantitativos, permitindo uma compreensão mais abrangente do fenómeno investigado (Creswell, 2010). Quanto aos procedimentos trata-se de uma pesquisa de campo, de natureza não experimental e de corte transversal, realizada num liceu do município do Lubango, província da Huíla (Angola) no curso de Ciências Físicas e Biológicas.

Participaram do estudo quatro (4) professores de Matemática e cinquenta (50) alunos da 12.^a classe. A amostra dos alunos foi seleccionada por meio de amostragem probabilística aleatória simples, a partir de um universo de 150 estudantes matriculados. Quanto aos professores, optou-se por incluir todos os docentes que lecionam a disciplina de Matemática na 12.^a classe na instituição, totalizando quatro participantes.

Para a recolha de dados junto dos professores, utilizou-se um questionário, com o objectivo de identificar as práticas pedagógicas adotadas no ensino de problemas de otimização, bem como a frequência e a forma de utilização de metodologias ativas, nomeadamente a aprendizagem baseada em problemas, a sala de aula invertida e a aprendizagem colaborativa. O instrumento foi constituído por seis questões, incluindo perguntas fechadas e abertas, abordando aspetos relacionados às estratégias de ensino utilizadas, às dificuldades encontradas no processo de ensino e à percepção dos professores sobre as metodologias ativas, envolvimento e desempenho dos alunos, assim como o contributo dos problemas de otimização na compreensão da aplicação das derivadas em situações da vida real.

Relativamente aos alunos, aplicou-se um teste de conhecimentos com a finalidade de analisar a familiaridade com problemas de otimização, a frequência do trabalho com resolução de problemas nas aulas de Matemática e a capacidade de mobilizar procedimentos de cálculo e de interpretação em situações contextualizadas.

O teste foi constituído por quatro questões: a primeira destinou-se a identificar se os alunos já haviam estudado problemas de otimização; a segunda procurou verificar se a resolução de problemas matemáticos é uma prática habitual nas aulas; a terceira avaliou a capacidade de determinar os extremos de uma função por meio do critério da segunda derivada; e a quarta incidiu sobre a resolução de um problema de otimização em contexto real, envolvendo a interpretação da situação, a identificação das variáveis e a escolha da solução adequada. As questões do teste foram elaboradas de modo a permitir que os alunos resolvessem os problemas de forma livre, de acordo com as suas próprias estratégias.

Os dados provenientes dos questionários foram analisados por meio de procedimentos de análise descritiva das respostas fechadas e de categorização das respostas abertas, procurando-se identificar padrões relacionados às práticas pedagógicas dos professores no ensino de problemas de otimização.

Os dados obtidos a partir do teste aplicado aos alunos não foram analisados com base num roteiro fixo de etapas, uma vez que se valorizou a diversidade de caminhos e de estratégias adotados por cada estudante. Dessa forma, a análise baseou-se na coerência dos procedimentos apresentados, na lógica do raciocínio desenvolvido e

na observância dos princípios matematicamente aceites. A partir desses critérios, foi possível identificar as principais dificuldades apresentadas pelos alunos e relacioná-las às práticas pedagógicas descritas pelos professores.

A aplicação dos questionários aos professores ocorreu durante o horário letivo, enquanto o teste de conhecimentos foi aplicado aos alunos em sala de aula, em tempo previamente definido pela subdireção pedagógica da instituição. A participação dos professores e dos alunos foi voluntária, precedida de autorização formal da direção da escola e do consentimento dos próprios participantes. Ao longo da pesquisa e do tratamento dos dados foram garantidos os normas de confidencialidade e anonimato das informações fornecidas.

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES OU ANÁLISE DOS DADOS

Esta seção apresenta e discute os resultados obtidos a partir do teste de conhecimentos aplicado aos alunos e do questionário aplicado aos professores de Matemática. Os dois instrumentos foram aplicados no mesmo período.

4.1. Resultados dos alunos

Na Questão 1 (Q1), todos os 50 alunos participantes (100%) afirmaram nunca ter estudado problemas de otimização; Na Questão 2 (Q2), que investigou se a resolução de problemas matemáticos é uma prática habitual nas aulas, também os 50 alunos (100%) indicaram que essa prática não ocorre com frequência, o que evidencia a predominância de exercícios de aplicação direta, em detrimento de situações-problema; Na Questão 3 (Q3), que solicitava a determinação dos extremos de uma função por meio do critério da

primeira derivada, 17 alunos (34%) assinalaram corretamente a alternativa, enquanto 30 (60%) erraram e 3 (6%) não responderam; Na Questão 4 (Q4), correspondente a um problema de otimização contextualizado, apenas 7 alunos (14%) apresentaram a resposta correta, 27 (54%) erraram e 16 (32%) não apresentaram qualquer resposta.

De modo geral, os resultados evidenciam fragilidades na resolução de problemas que exigem interpretação, modelagem e articulação de conceitos matemáticos, sobretudo quando se trata de situações contextualizadas.

O fato de se constatar que na terceira questão (Q3) 34% de respostas corretas nessa questão indica que o ensino das aplicações das derivadas tem sido orientado, sobretudo, para o cálculo matemático, e não para a sua utilização em situações práticas. Esse resultado sugere que uma parte dos alunos já domina os procedimentos algébricos envolvidos, enquanto outra parcela ainda necessita de reforço. Destaca-se, contudo, que esse reforço, se associado a situações contextualizadas e a problemas de natureza prática, tende a favorecer melhores resultados de aprendizagem.

Um aspecto relevante observado foi o registro de 14% de acerto na Q4. Realça-se que nesta questão predominou o caráter intuitivo. Essa interpretação fundamenta-se em três elementos principais: (i) o item era de escolha múltipla; (ii) os alunos que assinalaram a alternativa correta ou incorreta não apresentaram os procedimentos de resolução; (iii) todos os alunos declararam não ter estudado formalmente situações de otimização. Esses fatores indicam que o acerto não resultou da aplicação consciente de um processo de

interpretação e de resolução, mas, provavelmente, de tentativa ou de reconhecimento superficial da alternativa correta.

4.2. Resultados dos professores

Na primeira questão (Q1) do questionário, todos os 4 professores participantes (100%) afirmaram que não têm trabalhado problemas de otimização em suas aulas; Na segunda questão (Q2), solicitou-se que os professores justificassem a não abordagem desse conteúdo nas suas práticas diárias. As respostas revelaram motivos distintos entre os docentes. De forma sintética, destacam-se como principais justificativas a falta de tempo, em função da extensão do programa curricular, o facto de os problemas de otimização não estarem explicitamente previstos no programa, e, ainda, a prioridade atribuída aos conteúdos mais recorrentes nos exames nacionais, uma vez que a 12.^a classe é uma etapa finalista e os alunos são submetidos aos referidos exames.

Na terceira questão (Q3), referente à forma como os professores trabalham a resolução de problemas nas aulas, nenhum docente descreveu um procedimento metodológico específico. Esse resultado pode ser interpretado de duas maneiras complementares: por um lado, pode indicar que os professores conduzem a resolução de problemas de forma mais espontânea, permitindo que os alunos encontrem seus próprios caminhos; por outro, pode evidenciar a ausência de metodologias sistematizadas para o trabalho com situações-problema, conforme já discutido na fundamentação teórica. Quanto ao uso de metodologias ativas, investigado na Questão 4 (Q4), os professores revelaram possuir apenas noções gerais sobre esse tipo de abordagem, sem, contudo, aplicá-las de forma efetiva em sala de aula. Essa limitação foi associada,

sobretudo, à falta de conhecimento mais aprofundado sobre como operacionalizar cada metodologia, bem como às condições concretas do contexto escolar, no qual ainda predomina um modelo de ensino centrado na exposição do professor, seguido de exercícios, correção coletiva das atividades e orientação das tarefas.

Na quinta questão (Q5), referente às dificuldades encontradas no ensino e na aprendizagem dos problemas de otimização, os quatro professores informaram que, por esse conteúdo não fazer parte de suas abordagens regulares em sala de aula, não foi possível indicar dificuldades concretas associadas ao seu ensino ou a sua aprendizagem. Por fim, na sexta questão (Q6), todos os professores (100%) reconheceram que os problemas de otimização contribuem para a compreensão da aplicação das derivadas em situações da vida real, embora não tenham apresentado justificativas mais detalhadas, nem os têm integrados nas suas práticas letivas.

4.3. Discussão dos resultados

Os resultados obtidos junto aos alunos e aos professores confirmam um descompasso entre as orientações defendidas na literatura sobre metodologias ativas e as práticas efetivamente desenvolvidas no ensino de problemas de otimização na 12.^a classe.

No caso dos alunos, o fato de todos afirmarem nunca ter estudado problemas de otimização e de considerarem pouco frequente a resolução de problemas nas aulas reforça a permanência de um modelo de ensino centrado na exposição do professor e na aplicação direta de procedimentos. Esse cenário distancia-se da perspectiva defendida por Onuchic e Allevato (2012), a resolução de problemas

permite articular conceitos matemáticos com situações reais, promovendo investigação e tomada de decisões.

Embora parte dos alunos já domine procedimentos de cálculo para a determinação dos extremos de uma função por meio da derivada, a ausência de articulação desses conhecimentos com situações contextualizadas revela que o ensino permanece predominantemente restrito ao plano algébrico. Dessa forma, os estudantes não conseguem mobilizar tais conhecimentos para interpretar situações, identificar variáveis e construir modelos matemáticos.

Esse resultado também se afasta da proposta da sala de aula invertida discutida por Bacich e Moran (2018), segundo a qual o tempo em sala de aula deve ser priorizado para a resolução de problemas, a discussão de estratégias e o esclarecimento de dúvidas, criando oportunidades para o desenvolvimento do raciocínio, da argumentação e da autonomia dos alunos.

O caráter essencialmente intuitivo observado nas respostas do problema de otimização, aliado à ausência de estratégias específicas para o tratamento desse tipo de tarefa por parte dos professores, reforça a pertinência do modelo heurístico de Pólya (1995), adotado como referência neste estudo. As etapas propostas pelo autor — compreensão do problema, elaboração de um plano, execução e verificação — constituem elementos fundamentais para que o aluno desenvolva uma postura reflexiva e consciente diante de situações-problema, sobretudo em tarefas de modelagem e de otimização.

Além disso, o fato de todos os professores afirmarem que não trabalham problemas de otimização explica, de forma direta, não

apenas o baixo desempenho dos alunos, mas também a impossibilidade de os docentes indicarem dificuldades específicas relacionadas ao ensino desse conteúdo. A inexistência de experiências pedagógicas com esse tipo de problema impede que sejam identificados, na prática, os principais obstáculos de aprendizagem.

Embora todos os professores reconheçam que os problemas de otimização contribuem para a compreensão da aplicação das derivadas em situações da vida real, esse reconhecimento não se traduz em mudanças efetivas nas práticas de sala de aula. Essa contradição entre discurso e prática revela que o valor pedagógico desse conteúdo é percebido, mas ainda não é incorporado de forma sistemática ao planejamento didático.

Esse resultado, evidencia que a simples valorização das metodologias ativas não garante a sua implementação efetiva, o que reforça que mudanças pedagógicas exigem planejamento didático e mediação docente consistente (Libâneo, 1994; Moran, 2014). Para que essas abordagens impactem a aprendizagem, é necessário que os professores dominem formas concretas de organização das atividades, de mediação das discussões e de acompanhamento dos processos de resolução.

Da mesma forma, a ausência de procedimentos metodológicos claros para o trabalho com problemas confirma o distanciamento em relação aprendizagem colaborativa que defende a ideia de que a interação estruturada entre os alunos e a discussão coletiva de estratégias constitui elementos centrais para a construção do conhecimento (Freire, 2017; Libâneo, 1994).

A análise conjunta dos resultados indica, portanto, que a não inserção dos problemas de otimização no currículo efetivamente praticado em sala de aula contribui para a manutenção de um ensino voltado, sobretudo, ao treino de técnicas de cálculo, limitando o desenvolvimento da modelagem, da interpretação e da argumentação matemática.

Em síntese, os resultados reforçam que, apesar de os professores reconhecerem a importância dos problemas de otimização, a ausência desse conteúdo nas práticas pedagógicas e a fragilidade na utilização de metodologias ativas explicam, em grande medida, as dificuldades apresentadas pelos alunos. Esses achados sustentam a necessidade de uma proposta pedagógica que integre, de forma sistemática, a aprendizagem baseada em problemas, a aprendizagem colaborativa e a reorganização das aulas, em consonância com os pressupostos teóricos discutidos na fundamentação do estudo.

4.4. Proposta Pedagógica para o Ensino de Problemas de Otimização na 12.^a Classe

Diante das dificuldades identificadas nos alunos quanto à resolução de problemas de otimização e da ausência de estratégias sistemáticas declarada pelos professores, apresenta-se, a seguir, uma proposta pedagógica para o ensino de problemas de otimização na 12.^a classe, fundamentada no uso de metodologias ativas.

O objetivo central da proposta é favorecer o desenvolvimento, por parte dos alunos, das capacidades de compreensão da situação-problema, interpretação do enunciado, estruturação de um plano de

resolução, execução dos procedimentos matemáticos e análise da solução obtida.

A proposta articula três metodologias ativas, a saber:

1. i. Sala de aula invertida, para a preparação prévia dos conceitos teóricos necessários à resolução dos problemas (derivadas, pontos críticos, monotonia e extremos);
2. ii. Aprendizagem baseada em problemas, para o trabalho sistemático com situações de otimização contextualizadas, organizadas segundo um modelo estruturado de resolução;
3. iii. Aprendizagem colaborativa, para favorecer a discussão de estratégias, a argumentação matemática e a validação coletiva dos resultados.

No que se refere ao processo de resolução, adota-se como referência o modelo heurístico de George Pólya (1995), constituído pelas quatro etapas: compreensão do problema, elaboração de um plano, execução do plano e verificação da solução.

A proposta apresenta um problema prático de otimização, selecionado de forma intencional por sua capacidade de ilustrar, de modo completo, a aplicação das quatro etapas do modelo de Pólya em situações contextualizadas. O caráter ilustrativo e replicável da sequência didática proposta permite que professores adaptem e ampliem a abordagem para outros problemas de otimização presentes no programa da 12.^a classe. Problemas adicionais desenvolvidos no âmbito desta pesquisa podem ser solicitados diretamente aos autores.

Para o desenvolvimento das atividades, os alunos devem ser organizados em pequenos grupos, de três a cinco elementos. Antes da aula presencial, por meio da sala de aula invertida, os alunos realizam o estudo prévio dos conteúdos necessários à resolução dos problemas, a partir de materiais disponibilizados pelo professor, como textos de apoio, vídeos explicativos e exemplos resolvidos.

Durante a aula, cada grupo recebe um dos problemas propostos e inicia o trabalho segundo as etapas do modelo de Pólya, conforme descrito a seguir.

1. Compreensão do problema

Os alunos discutem o enunciado, identificam o que se pretende determinar, reconhecem as grandezas envolvidas e explicitam as condições ou restrições do problema. Nessa etapa, podem ser incentivados a representar a situação por meio de esquemas, tabelas ou desenhos.

O professor atua como mediador, formulando perguntas orientadoras, tais como: *o que está sendo pedido? Quais informações são dadas? Que grandezas podem variar?*

2. Elaboração de um plano de resolução

Os grupos definem as variáveis, estabelecem as relações entre elas e constroem a função que representa a situação a ser otimizada. Em seguida, discutem quais procedimentos matemáticos serão utilizados para encontrar os extremos da função.

O professor acompanha as discussões, esclarece dúvidas conceituais e orienta a construção do modelo matemático, sem apresentar diretamente a solução.

3. Execução do plano

Os alunos realizam os cálculos necessários, determinam a derivada da função, identificam os pontos críticos e analisam a monotonia ou utilizam o critério adequado para a determinação dos extremos.

Nessa etapa, a aprendizagem colaborativa é explorada por meio da comparação de diferentes estratégias entre os grupos e da verificação coletiva dos procedimentos adotados.

4. Verificação e interpretação da solução

Por fim, os grupos analisam se o resultado encontrado responde ao problema inicial, verificam a coerência da solução à luz das restrições estabelecidas e interpretam o significado do valor obtido no contexto da situação proposta.

Os alunos são incentivados a justificar suas conclusões e a discutir possíveis limitações ou alternativas de resolução.

Papel do professor na proposta

Em todas as etapas, o professor assume o papel de mediador do processo de aprendizagem, selecionando estratégias adequadas para orientar a reflexão dos alunos, estimular a argumentação e apoiar a construção dos modelos matemáticos, sem resolver ou executar as atividades em lugar dos estudantes. Cabe ao professor:

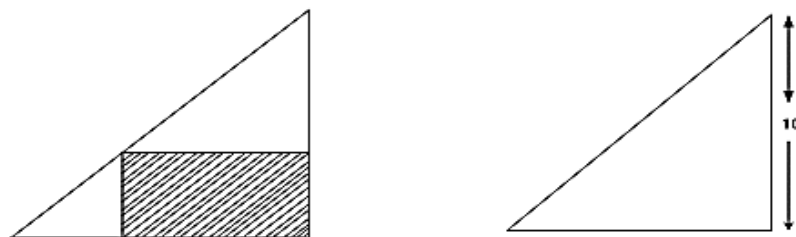
1. (i) Propor questões orientadoras em cada etapa;
2. (ii) Incentivar a explicitação do raciocínio dos alunos;
3. (iii) Promover a socialização das estratégias entre os grupos;
4. (iv) Apoiar a validação matemática das soluções apresentadas.

Resolução do problema proposto

Problema 1 - Otimização da área máxima de um retângulo:

Um jardineiro pretende desenhar um canteiro no seu terreno que tem a forma de um triângulo isósceles, como se indica na figura 2 abaixo, sabendo que um dos lados dos vértices do retângulo pertence a hipotenusa e os outros aos catetos. Qual é a área máxima do retângulo.

Figura 2. Triângulo retângulo do problema 1



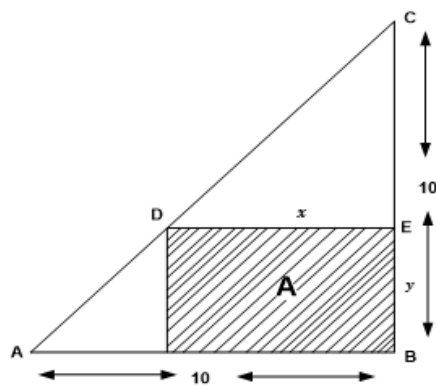
Fonte: Elaboração pelos autores (2026)

Solução

5. COMPREENSÃO DO PROBLEMA

Este problema consiste na determinação da área máxima do retângulo, ou seja, a área que o canteiro vai ocupar no jardim. Para melhor entendimento da situação, construiu-se uma figura onde se representam as variáveis e as constantes do problema:

Figura 3. Triângulo e dados do problema 1



Fonte: Elaboração pelos autores
(2026)

A figura 3, permitiu identificar alguns segmentos, que facilitam a resolução do problema, considerando as medidas de $\overline{DE} = x$ e $\overline{BE} = y$, tem-se:

- A diferença $10 - \overline{BE}$ é a base do retângulo;
- A diferença $10 - \overline{DE}$ é a altura do retângulo;

6. PLANO DE AÇÃO

Escreve-se a fórmula que relaciona as variáveis x e y , obtendo a função de maximização (área do retângulo):

$$A = x \times y$$

Para determinar os valores de x e y pode-se aplicar a noção de semelhança de triângulos, uma vez que os triângulos ABC e DEC são semelhantes. Para determinar o valor máximo, pode-se recorrer ao quadro de sinais.

7. EXECUÇÃO DO PLANO

Com base a semelhança dos triângulos, tem-se:

$$\frac{10 - y}{10} = \frac{x}{10} \Leftrightarrow$$

$$10 - y = x$$

$y = 10 - x \rightarrow$ função de vínculo ou de restrição

Relacionando com a área do retângulo, tem-se:

$A = x \times y$ sendo $y = 10 - x$

$$A = x(10 - x)$$

$A = 10x - x^2 \rightarrow$ função objetivo

Derivando a função área, tem-se:

$$A' = (10x - x^2)' = 10 - 2x$$

Fazendo $A' = 0$, tem-se que:

$$0 = 10 - 2x$$

$x = 5 \rightarrow$ Ponto crítico

Calculando o valor da função área em $x = 5$, tem-se

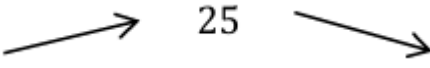
$$A(5) = 10 \cdot 5 - 5^2$$

$$A = 50 - 25$$

$$A = 25m^2$$

A seguir, constrói-se o quadro de sinais da função derivada:

Tabela 1. Quadro de sinal da derivada da função objetivo

x	$-\infty$	5	$+\infty$
A'	++++++ 0 - - - - -		
A			

Fonte: Elaboração pelos autores (2026)

Assim, analisando as informações da tabela 1, conclui-se que área máxima do retângulo é 25 m^2 .

8. VERIFICAÇÃO

É perceptível que o resultado é compatível com o enunciado do problema, uma vez que a função área é uma função quadrática de concavidade voltada para baixo. Nesse caso, a sua ordenada do vértice ($y_V = -\frac{b^2 - 4ac}{4a} = -\frac{10^2 - 4(-1)(0)}{4(-1)} = -\frac{100}{-4} = 25$) corresponde ao valor máximo dessa função. Logo comprova-se que a área máxima do retângulo é de 25m^2 , onde o retângulo é um quadrado de 5m de lado.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

De modo geral, os resultados mostram que o ensino da otimização ainda não está plenamente incorporado às práticas em sala de aula, mesmo sendo reconhecido pelos professores como pedagogicamente valioso. Essa lacuna impacta diretamente o desempenho dos alunos, especialmente na interpretação de situações, na modelagem matemática e no uso das derivadas para a resolução de problemas contextualizados.

Os dados indicam que o problema de pesquisa foi respondido, já que se constatou que a predominância de um ensino centrado em

exercícios mecânicos e rotineiros limita o desenvolvimento do raciocínio matemático, da autonomia e da capacidade de aplicar conhecimentos em contextos reais, competências essenciais para a resolução de problemas de otimização.

Nesse sentido, o estudo contribui para o campo do Ensino da Matemática ao evidenciar a necessidade de integrar de forma sistemática metodologias ativas no trabalho com conteúdos que envolvem aplicações das derivadas. Estratégias como aprendizagem baseada em problemas, aprendizagem colaborativa e sala de aula invertida mostram-se especialmente adequadas para aumentar o engajamento dos alunos, favorecer a compreensão conceitual e aproximar os conteúdos matemáticos da realidade cotidiana.

Para os professores, a pesquisa também oferece subsídios para refletir sobre suas práticas pedagógicas, ao destacar a importância do planejamento de situações-problema e da mediação didática voltada para a construção de significados, e não apenas para o treino de técnicas algébricas.

Para além dos resultados positivos, o estudo apresenta algumas limitações como o facto de ter sido realizado com uma amostra reduzida — quatro professores e cinquenta alunos de uma única instituição do município do Lubango —, o que restringe a generalização dos resultados para outros contextos do ensino secundário angolano. Recomenda-se, em investigações futuras, a ampliação da amostra e a extensão do estudo a outras províncias, de modo a obter uma compreensão mais abrangente das práticas pedagógicas relacionadas ao ensino de problemas de otimização.

Assim, conclui-se, que valorizar a resolução de problemas como eixo central do ensino da Matemática e adotar metodologias ativas representam caminhos promissores para melhorar a aprendizagem da otimização na 12.^a classe. Espera-se que este estudo sirva de referência para futuras pesquisas e para o desenvolvimento de práticas pedagógicas mais alinhadas às atuais demandas da educação matemática.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BACICH, Lilian; MORAN, José (org.). **Metodologias ativas para uma educação inovadora: uma abordagem teórico-prática**. Porto Alegre: Penso, 2018.

CRESWELL, John Ward. **Projeto de pesquisa: métodos qualitativo, quantitativo e misto**. 3. ed. Porto Alegre: Artmed, 2010.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Educação matemática: da teoria à prática**. 23. ed. Campinas: Papirus, 2012.

DANTE, Luiz Roberto. **Didática da resolução de problemas de matemática**. São Paulo: Ática, 2009.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa**. 57. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2017.

GIL, Antônio Carlos. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

LIBÂNEO, José Carlos. **Didática**. São Paulo: Cortez, 1994.

MORAN, José. **A educação que desejamos: novos desafios e como chegar lá**. 5. ed. Campinas: Papirus, 2014.

MULUTA, Manuel Panzo; JOÃO, Kumbo. O uso do software GeoGebra como recurso no ensino-aprendizagem das funções trigonométricas seno e cosseno na 12ª Classe. **CoInspiração - Revista dos Professores que Ensinam Matemática** (MT), v. 8, e2025008, 2025. Disponível em: <https://doi.org/10.61074/CoInspiracao.2596-0172.e2025008>. Acesso em 30 jan. 2026.

ONUCHIC, Lourdes de la Rosa; ALLEVATO, Norma Suely Gomes. Pesquisa em resolução de problemas: caminhos, tendências e perspectivas. **Bolema**, Rio Claro, v. 25, n. 41, p. 73-98, 2012. Disponível em: <https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/5739>. Acesso em 8 maio 2025.

PÓLYA, George. **A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático**. Trad. de Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 1995.

PONTE, João Pedro da; BROCARD, Joana; OLIVEIRA, Hélia. **Investigações matemáticas na sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2003.

SKOVSMOSE, Ole. **Educação matemática crítica: a questão da democracia**. Campinas: Papirus, 2001.

¹ Licenciado e mestrando em Ciências da Educação na especialidade de Ensino da Matemática pelo Instituto Superior de Ciências da Educação da Huíla (ISCED-Huíla); Angola; Professor de Matemática

no Colégio IELA 1245 – Lubango (Angola). ORCID:
<https://orcid.org/0009-0005-3480-1361>. E-mail: [acesse o artigo original para visualizar o e-mail](#).

² Mestre em Ciências da Educação na especialidade de Ensino da Matemática pelo Instituto Superior de Ciências da Educação do Sumbe (ISCED-SUMBE); Graduado em Ensino da Matemática pelo Instituto Superior de Ciências da Educação do Uíge (ISCED-UÍGE). Docente de Análise Matemática no Instituto Superior Privado Nzenzu Estrela (ISPNE-UÍJE); Professor e Coordenador de Matemática no Colégio do Senga – Uíge (Angola). ORCID: <https://orcid.org/0009-0008-8578-142X>. E-mail: [acesse o artigo original para visualizar o e-mail](#).

³ Doutor em Ciências da Educação (especialidade em Supervisão), obtido pela Universidade de Évora (UE), Portugal. Professor Auxiliar no Instituto Superior de Ciências da Educação da Huíla (ISCED-Huíla), Angola. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-8677-5848>. E-mail: [acesse o artigo original para visualizar o e-mail](#)