

RECONFIGURAÇÃO MATEMÁTICA: A INFLUÊNCIA DA REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA NA COGNIÇÃO DO APRENDIZADO DE GEOMETRIA

MATHEMATICAL RECONFIGURATION: THE INFLUENCE OF SEMIOTIC
REPRESENTATION ON COGNITION IN GEOMETRY LEARNING

Ciências Exatas e da Terra, Ciências Humanas • 11/07/2026

REGISTRO DOI: [10.70773/revistatopicos/783398857](https://doi.org/10.70773/revistatopicos/783398857)

Liza Santos de Oliveira¹

RESUMO

Este trabalho é resultado de uma pesquisa acerca da operação semiótica de reconfiguração geométrica no bojo da Teoria de Registros de Representação Semiótica concebida por Raymond Duval. A reconfiguração, enquanto operação de tratamento figural, emergiu como instrumentação metodológica auxiliar aos processos de ensino e aprendizagem da geometria de conteúdos do ensino fundamental, no caso em discussão, o pentagrama, figura geométrica que permitiu inúmeras reconfigurações a partir de construções e reconstruções. Para por em prática essas reconfigurações, utilizou-se o recurso de vídeo, por meio do filme de curta duração da produtora *Walt Disney Animation Studios* denominado *Donald e a Matemágica*. Tal vídeo asseverou-se aplicável para promover a visualização das diversas operações de tratamento figural no pentagrama.

Palavras-chave: Reconfiguração; Semiótica; Registros de Representação e Cognição.

ABSTRACT

This work is the result of a research about the semiotic operation of geometric reconfiguration in the nucleus of the Theory of Registers of Semiotic Representation conceived by Raymond Duval. The reconfiguration, as an operation of figural treatment, emerged as an instrumental methodological aid to the teaching and learning processes of geometry of contents of elementary education, in the case under discussion, the pentagram, a geometric figure that allowed numerous reconfigurations from constructions and reconstructions. In order to put these reconfigurations into practice, the video feature was used through the short-lived film by *Walt Disney Animation Studios* called *Donald and Mathmagic*. Such video asserted itself applicable to promote the visualization of the various

operations of figural treatment in the pentagram.

Keywords: Reconfiguration; Semiotic; Representation Registers and Cognition.

1. INTRODUÇÃO E TEMÁTICA DO ESTUDO

A Educação Matemática apresenta, desde os primórdios tempos, um grau de complexidade muito significativo no âmbito de aprendizagem. Esta complexidade remete à procura constante de metodologias de ensino que propiciem uma melhor compreensão do conteúdo matemático abordado. Nesta perspectiva o educador precisa compreender onde residem estas dificuldades para buscar formas de abordagens que preencham lacunas existentes no aprendizado do educando. Assim, este estudo apresenta a reconfiguração, não só como reflexão de ensino pontual de matemática, no caso, a Geometria, e sim como um enfoque metodológico aplicável em sala de aula.

A reconfiguração esta embasada principalmente nas construções teóricas de Raymond Duval (1987, 1993, 1995, 2003, 2004, 2011, 2012, 2013), acerca deste tema e sua importância no desenvolvimento cognitivo do pensamento matemático, uma vez que esta a apresenta como um tratamento próprio dos registros de figuras geométricas, inserido no contexto da apreensão operatória das possíveis modificações de uma determinada figura.

Ao adentrar na esfera dos estudos de reconfiguração, é necessário introduzir a base teórica deste tema, que são os registros de representação semiótica na Educação Matemática. Os registros de representação semiótica e o funcionamento cognitivo do pensamento matemático, objetos principais dos estudos de

Raymond Duval, envolvem estudos epistemológicos já abordados desde Descartes e Kant, os quais denotavam a noção de representação como centro de toda reflexão, voltada para a constituição de um conhecimento. A representação semiótica direciona as especificidades do estudo de possibilidade de conversão de sistemas particulares de signos, linguagens, escrituras algébricos ou gráficos cartesianos, em representações equivalentes em outro sistema semiótico.

Considerando, neste estudo, a conexão de conteúdos de geometria na esfera dos estudos de reconfiguração, faz-se essencial enfatizar a importância das figuras como estruturação da aprendizagem de Geometria, pois por meio delas é possível obter uma melhor amplitude dos aspectos de um problema proposto, bem como, visualizar diferentes situações. Estas visualizações podem implicar na visão de uma figura como uma sequência de subfiguras pertinentes a ela, as quais, embora não representem a figura separadamente, quando unidas, estas o farão, pois Duval assim define a reconfiguração: “É um tratamento que consiste na divisão de uma figura em subfiguras, em sua comparação e no seu reagrupamento eventual em uma figura de contorno global diferente”. (2004, p.165).

A reconfiguração enquanto operação de tratamento figural é o objeto central deste estudo, sendo configurada como instrumentação metodológica auxiliar aos processos de ensino e aprendizagem de Geometria. O processo analítico da aplicabilidade da Reconfiguração se constitui na análise qualitativa dos resultados de apreensão do conhecimento transmitido em sequências didáticas aplicadas. Os conteúdos principais de Geometria abordados durante a intervenção didática foram escolhidos com

base no público alvo pesquisado, formado por turmas de 5º ano do ensino fundamental que abrange, principalmente, conhecimentos de polígonos, uma vez que foram enfatizadas as inúmeras propriedades do pentagrama e do retângulo de ouro.

A abordagem da reconfiguração foi experimentada em sala de aula, através de uma sequência didática que fez uso de recurso áudio visual. A produção deste vídeo para uso na Educação Matemática ocorreu no final da década de 50, nos Estados Unidos da América, coincidindo com o movimento conhecido como Matemática Moderna, que consistiu em uma reformulação nas práticas de ensino de matemática, em busca de supremacia no campo das ciências e tecnologias. O filme produzido pelos estúdios Wall Disney, trata-se de uma animação, em que o personagem principal é apresentado à Matemática. Esta animação vislumbrou estimular o interesse dos alunos pela Matemática, atribuindo ludicidade a conhecimentos que requerem processos cognitivos complexos, tal qual ressaltam Serafim e Sousa (2011, p. 29) “pode ser utilizado em um ambiente interativo de forma a potencializar expressão e comunicação, pode propor uma ação pedagógica que motiva a aprendizagem”. Pois tal qual a argumentação de Wood e Petocz (1999) de que o vídeo é capaz de motivar a aprendizagem e levar à mudança de atitudes, este vídeo enquanto recurso tecnológico foi complementar a proposta de aplicabilidade de reconfiguração.

Tal recurso trata-se de um vídeo descrito posteriormente que direciona a demonstração inicial da ideia do tema central desta pesquisa, a uma animação datada de 1959, dos estúdios Wall Disney, com o conhecido personagem Pato Donald. O filme chama-se “Donald no país da Matemática”. Dentre as justificativas para tal escolha está a ideia de Moraes e Torres (2004), de que o ensino deve

privilegiar estratégias de aprendizagem que integre vários sentidos: imaginação, intuição, colaboração e impacto emocional. Acrescentando que, os aspectos estéticos representados pelo filme não agregam só uma sofisticação à relação ensino-aprendizagem, visto que proporcionam a vivência e a interatividade, conectando sentidos e razão, agregando também uma relevante otimização de tempo na abordagem do conteúdo aos alunos.

A complexidade que permeia o universo do ensino e da aprendizagem de matemática está intimamente ligada à forma de assimilação do conteúdo abordado, não no sentido de um processo unidimensional no tocante ao aprendizado do educando, mas como um processo onde há reciprocidade entre educando e educador, entre a diversidade de metodologias de ensino e sua eficácia no processo de aprendizagem. A constante procura por novas formas de ensino de matemática inspirou a elaboração deste trabalho e a aplicação de uma instrumentação metodologia diferenciada ao ensino de Geometria, baseada na reconfiguração, visando a melhor compreensão do conteúdo pelo educando.

Tal intenção impele a este trabalho, a relevância científica de se enriquecer o conjunto de saberes do universo educando-educador considerando que o uso de novas metodologias e a aplicação destes preceitos é um tema que exige esforços e questionamentos constantes, principalmente no contexto do ensino de matemática e seus assuntos. Pois todo tratamento referente a alteração de métodos deve ser meticulosamente estudado, e embasado em aplicações práticas e sequências didáticas, sendo estas, substabelecidas como alvo deste estudo, o qual busca oferecer mais subsídios teóricos e práticos, acerca da instrumentação metodológica a ser aplicada no âmbito das representações

semióticas, através do estudo de aspectos cognitivos de aprendizagem inseridos nestas representações.

2. ALICERCES TEÓRICOS

O processo de ensino-aprendizagem de Geometria emerge neste estudo correlacionado a uma abordagem específica da reconfiguração enquanto registro de representação semiótica, com ênfase à análise dos transcritos de Duval. Tais transcritos remetem à importância da pesquisa sobre as inúmeras diferenciações que há entre a língua natural e a língua figural e quais aspectos cognitivos do aprendizado de matemática estão envolvidos no desenvolvimento dos raciocínios adjacentes a este.

Em seu livro *Semiosis y Pensamiento Humano*, Duval (2004), expõe que a noção de representação se torna essencial como forma sob a qual uma informação pode ser descrita e considerada em um sistema de tratamento, e após, o autor redefine a representação como codificação da informação. Seguindo este raciocínio, remete-se a representação semiótica como instrumento necessário à aquisição de conhecimentos matemáticos, apresentando esta como caminho viável à busca pela solução de problemas que a aprendizagem matemática origina. Em tal obra o autor explora especificamente as figuras geométricas e o discurso matemático, enfocando assim a atividade matemática nos cursos de geometria ministrados na educação básica e secundária. Esta obra enfatiza que a atividade se realiza em dois registros: o das figuras e o da língua natural. Sendo que no contexto das figuras o autor aborda o tratamento operatório das modificações possíveis de uma figura geométrica, adentrando no campo da reconfiguração.

Duval explora a revolução semiótica, suas transformações e a relação com a atividade matemática e seus registros do ponto de vista analítico do funcionamento cognitivo do pensamento em matemática, expondo o contexto epistemológico destas relações e análise dos conceitos envolvidos na aquisição de conhecimentos matemáticos com ênfase aos aspectos cognitivos dos processos de ensino e aprendizagem de matemática. Dentre as pontuações este autor introduz inicialmente os questionamentos: “O que é conhecimento matemático. E o que pode ter de diferente em relação a outros tipos de conhecimento” (Duval, 2011, p.15). Tais questões remetem a diversos aspectos de ordem epistemológica e cognitiva, os quais emergem interligadamente no âmbito da apreensão do conhecimento matemático. Pois para o autor: “A análise do conhecimento não deve considerar apenas a natureza dos objetos estudados, mas igualmente a forma como os objetos são apresentados ou como podemos ter acesso a eles por nós mesmos.” (Duval, 2011, p. 15).

O termo representação aparece na seguinte afirmação de Duval (2011, p.15): “Não é possível estudar os fenômenos relativos ao conhecimento sem recorrer à noção de representação”, tal colocação ilustra a ideia de que todo conhecimento a ser mobilizado por um sujeito necessita de uma atividade de representação. A concepção de que as representações semióticas são essenciais para a atividade cognitiva do pensamento, descreve o entrelaçamento de tais processos cognitivos ao pensamento matemático.

O funcionamento cognitivo do pensamento, o qual Duval designa como esquema de análise do conhecimento, se remete à três questões: “temos acesso direto e imediato aos objetos – porque empregamos muitas vezes o termo geral e plurívoco, intuição?

Quais são os sistemas, as estruturas, as capacidades do sujeito necessárias ou mobilizadas para ter acesso aos objetos, diretamente ou por uma sequência de processos, conscientes ou não conscientes? E, qual a natureza da relação cognitiva entre todos esses processos e os objetos?” (2011, p.16).

Tais questões demonstram a importância da representação para o conhecimento. A ideia de que o reconhecimento de um objeto pode ocorrer através de uma representação, interfere na ideia de apreensão direta ou indireta deste objeto, e traz à tona um paradoxo: Uma representação pode descrever ou mesmo informar mais sobre um objeto do que ele próprio?

Os conceitos de Geometria permitem visualizar melhor a proposição de Duval acerca da multiplicidade das representações possíveis de um mesmo objeto, o que para ele, tem caráter indefinido quanto a sua multiplicação, e diversidade quanto a sua tipificação.

Algumas figuras geométricas têm suas representações matemáticas diferenciadas das representações observadas através de instrumentações científicas. Estas diferenciações são classificadas por Duval como representações em função de sua origem, este apresenta ainda, enquanto proposição complementar, que “a diversidade de representações de um mesmo objeto tem origem na variedade dos sistemas físicos ou semióticos que permitem produzir tais representações” (2011, p.19). Portanto é a partir da caracterização das representações que surge a intrínseca diferença entre a representação e o próprio objeto.

Dentro da análise do conhecimento ressurgem o aspecto cognitivo do acesso ao próprio objeto por meio das representações deste. Este

aspecto cognitivo será apresentado no decorrer deste trabalho, cujo o enfoque é a reconfiguração enquanto representação auxiliar ao aprendizado de Geometria.

No estudo das representações é necessário a compreensão do aspecto cognitivo que diferencia representação de signo, e para tal, Duval caracteriza que: “A relação dos signos com as coisas que eles significam é uma relação de referência e não uma relação de casualidade” (2011, p.22). Acrescentando que, é a referência que permite diferir o signo de sua representação.

A diferenciação entre as representações nos remete a ideia de correspondência, ou melhor, nos remete ao estudo específico desta operação. A qual, conforme os preceitos de Duval, “consiste em colocar em correspondência os elementos que não tem nada de comum ou são semanticamente diferentes” (2011, p.50). E como ele mesmo enfatiza, esta é a única operação de caráter fundamental do ponto de vista cognitivo e matemático. Esta operação emergiu com a revolução semiótica, já que, conforme Duval, do ponto de vista cognitivo, “é a única operação que permite retirar as propriedades ou ter acesso a novos objetos do conhecimento, com base nessas unidades de sentido dos conteúdos das representações semióticas” (2011, p. 51), embora este autor ressalte que a operação cognitiva de correspondência se difere da operação matemática de correspondência em razão de seu resultado não ser invariante de uma relação objetiva.

As dificuldades inerentes aos processos de ensino e aprendizagem de Geometria permeiam concepções sobre a abordagem cognitiva de problemas de Geometria em termos de congruência, uma vez que os objetos matemáticos possuem diversas formas de

representação, suas operações requerem uma apreensão cognitiva mais complexa.

Assim a semiótica emerge em Geometria enquanto auxiliar na compreensão destes processos. As representações semióticas, neste contexto, reportam a seus tratamentos o papel de auxiliar nas elaborações e criações de novas formas de representação, os quais permitam uma melhor compreensão dos conteúdos abordados.

Para Duval (2012), o trânsito entre as mais diversas representações possíveis de um mesmo objeto matemático em questão é que assume importância fundamental, uma vez que, o custo cognitivo deste está atrelado à congruência semântica. Pois para o autor, a importância das representações reside na busca pela compreensão do que representam a congruência semântica e o trânsito entre as representações na aprendizagem em matemática. Por sua vez, este denomina tal congruência como:

Duas expressões podem ser sinônimas ou referencialmente equivalentes (elas podem “dizer a mesma coisa”, elas podem ser verdadeiras ou falsas conjuntamente) e não serem semanticamente congruentes: neste caso há um custo cognitivo importante para a compreensão. (Duval, 2012A, p. 100).

Tais considerações remetem, segundo Duval (1993, p. 49), à concepção de que o que corresponde a existência de vários registros de representação e ao interesse de sua coordenação para o

funcionamento do pensamento humano são a economia de tratamento, já que uma maior variedade de registros de representação possibilita mais trocas e um poder de escolha mais econômico.

A complementariedade dos registros advém das possibilidades de um sistema semiótico, já que, segundo Moretti (2002), do ponto de vista cognitivo, uma representação é parcial em relação aquilo que ela quer representar, e ainda de um registro a outro não são os mesmos conteúdos de uma situação que são representados.

Duval, referindo-se a esta correspondência, complementa que “o desenvolvimento das representações mentais se efetua como uma interiorização das representações semióticas do mesmo modo que as imagens mentais são uma interiorização dos perceptos” (1993, p. 38-39).

As correspondências demonstram a pluralidade das representações, e neste contexto, Moretti (2002, p.348), complementa:

A pluralidade de sistemas de representação permite uma diversificação de representação de um mesmo objeto o que aumenta as capacidades cognitivas do sujeito e conseqüentemente potencializa as suas representações mentais.

As concepções abordadas até então, permitem uma melhor compreensão da sua hipótese fundamental de Duval:



A compreensão (integral) de um conteúdo conceitual repousa sobre a coordenação de ao menos dois registros de representação e esta coordenação manifesta-se pela rapidez e espontaneidade da atividade cognitiva de conversão. Duval (1993, p. 51).

A partir da apresentação de concepções sobre objetos e suas representações semióticas, pode-se estudar os conceitos necessários acerca do tratamento das representações, uma vez que a reconfiguração é considerada um tratamento de registros de representações semióticas.

A principal questão, sobre o qual pousa o objeto deste trabalho, a reconfiguração, é: Como ocorre o reconhecimento de um objeto em representações diferentes? Esta questão é devidamente ressaltada nas concepções de Duval, já que há preocupação em saber como diferenciar duas ou mais representações de um objeto, uma vez que cada representação traduz ao menos alguma característica ou parâmetro diferente deste objeto, o que conseqüentemente as diferencia mutuamente.

As transformações das representações semióticas são para Duval, o principal foco de análise do trabalho matemático, já estas representações transpõem o tratamento do objeto ou sobre o objeto, permitindo ainda a transformação da representação em outra representação.

Ao adentrar no universo da Geometria no contexto da Teoria dos Registros de Representações Semióticas, temos que a configuração

e a reconfiguração inserem-se na concepção de transformações de representações semióticas, uma vez que a configuração além de definir a forma de algo, também é sinônimo de transformação. Da mesma forma que, reconfigurar significa dar nova forma a algo ou um objeto, podendo ser traduzida também por uma nova transformação da representação, logo uma nova representação.

E afinal por que contextualizar as representações? Qual a concepção a ser adquirida, uma vez que, se não importam as configurações, subconfigurações ou reconfigurações? O que entender de tais representações então?

Duval interpreta tal exemplo como a tentativa de saber se um aluno consegue discriminar as diferentes unidades de sentido, através das representações semióticas, e as correspondências envolvidas nestas, já que para ele, “O que é matematicamente essencial em uma representação semiótica são as transformações que se podem fazer, e não a própria representação” (2011, p.68), uma vez que, “distinguir e classificar os tipos de representação semiótica utilizados na matemática é a primeira etapa para elaborar uma ferramenta de análise cognitiva das atividades matemáticas” (2011, p.68).

As apreensões emergem nos processos de aprendizagem de Geometria enquanto classificação desenvolvida por Duval para as apreensões existentes nas resoluções de problemas, uma vez que, os problemas de aprendizagem de Geometria encontram explicação nas dificuldades de coordenação de tratamentos que se originam dos registros figurais e discursivos, sejam eles matematicamente pertinentes ou espontaneamente praticados. Neste contexto as colocações de Moretti (2013, p.4), introduzem os preceitos das apreensões de Duval:

Os problemas em geometria tornam-se mais complexos, mesmo aqueles com aparência simples, pelo fato de existir até uma quádrupla apreensão na resolução desses problemas o que pode elevar ainda mais o grau de não congruência semântica. Dependendo do problema, a articulação, principalmente, entre dois ou mais tipos de apreensão pode ser requerida na sua resolução. Duval (1997) destaca quatro delas:

(1) o que chamamos de figura geométrica é o resultado da conexão entre as apreensões perceptiva e discursiva: é preciso ver a figura geométrica a partir das hipóteses e não das formas que se destacam ou das propriedades evidentes. A apreensão discursiva é subordinada pela apreensão perceptiva;

(2) o que chamamos de visualização é o resultado da conexão entre as apreensões perceptiva e operatória. A visualização não exige nenhum conhecimento matemático, mas ela pode comandar a apreensão operatória;

(3) A heurística e demonstração é o resultado da conexão entre as apreensões operatória (que é subordinada pela apreensão perceptiva) e discursiva;

(4) a construção geométrica é o resultado da conexão entre as apreensões discursiva e sequencial que também requerem a apreensão perceptiva.

Dentre os quatro tipos de apreensões destacados por Duval na resolução de problemas em geometria (apreensão perceptiva, apreensão operatória, apreensão discursiva e apreensão sequencial de figuras) a apreensão perceptiva tem maior destaque, pois dependendo do tipo de problema engloba as demais apreensões.

Especificamente neste estudo a abordagem metodológica a ser experimentada vislumbra a apreensão sequencial, uma vez que conforme Duval (2012), esta apreensão é explicitamente solicitada em atividades de construção ou em atividades de descrição, tendo por objetivo a reprodução de uma dada figura.

A reconfiguração a ser abordada na intervenção didática, através da mídia utilizada, o filme: “Donald no País da Matemática”, tem por foco construções e desconstruções geométricas e reproduções de figuras. Estas construções e desconstruções embasaram a análise da importância da reconfiguração enquanto instrumentação metodológica auxiliar ao aprendizado de Geometria.

O uso do recurso áudio visual, no contexto da reconfiguração, foi essencial embora estivesse interligado com outro recurso tecnológico o qual propiciou a separação quadro a quadro das imagens do filme. Este recurso tecnológico foi um programa computacional, denominado como Windows Move Maker, o qual permitiu a edição e escolha das transições adequadas para a visualização das principais reconfigurações apresentadas pelo vídeo. As imagens fragmentadas e selecionadas pertencem ao vídeo, e assim como neste demonstraram as operações figurais efetuadas, as transformações existentes no conteúdo.

Para Duval a atividade matemática mobiliza sempre de maneira explícita ou implícita dois tipos de transformações denominadas tratamentos e conversões. As transformações enquanto tratamento tem diferentes tipos de representação semiótica, os quais não oferecem as mesmas possibilidades internas de transformação, uma vez que, para o autor, “a distância cognitiva entre os conteúdos das duas representações de um mesmo objeto, mas que são de dois tipos diferentes varia de maneira considerável” (Duval, 2011, p.68).

Por outro lado, a conversão de uma representação em outra representação, ou a operação inversa, pode não ser reconhecida imediatamente. Tais colocações remetem à ideia de que, segundo Duval:

A diversidade de tipos de representação semiótica e o modo de funcionamento próprio de cada tipo são as questões cruciais para a análise cognitiva da atividade matemática e, portanto, dos processos de compreensão e incompreensão na aprendizagem (Duval 2011, p.68).

Para Duval, a noção de sistema semiótico não contempla esses dois tipos de transformações, embora eles constituam a dinâmica cognitiva de toda a atividade matemática, pois estes dois tipos de representação implementam as operações cognitivas próprias de cada tipo de representação utilizada, seja ela em língua natural, figuras geométricas, equações, esquemas gráficos cartesianos e outras, uma vez que o conteúdo destas representações recobre variados níveis de organização atrelados as unidades de sentidos.

No contexto da noção de sistema semiótico enquanto código, já que tal sistema visa à transmissão de uma informação, Duval (2011), coloca que as representações semióticas se opõem as representações mentais, sendo que, as representações semióticas servem para codificar as representações mentais, constituindo ambas ainda, os processos do pensamento. E neste contexto ele insere a concepção da noção de registro de representação semiótica como um sistema semiótico particular o diferenciando assim de código ou mesmo um sistema formal.

Para Duval (2011) os registros de representação e os códigos são sistemas semióticos radicalmente diferentes, enquanto os registros são sistemas cognitivamente produtores ou sistemas semióticos cognitivamente criadores, os códigos, por sua vez, são sistemas que permitem transmitir uma informação discretizada, ou que comutam a codificação de uma informação em função do modo físico de transmissão. Para ele, somente os registros abrem possibilidades de transformação do conteúdo das representações produzidas. E para ilustrar tais concepções temos o Quadro 1, a seguir, que mostra a comparação de registros e códigos de Duval.

Quadro 1. Comparações de registros e códigos

		TIPO DE PRODUÇÃO SEMIÓTICA	POSSIBILIDADES DE TRANSFORMAÇÃO DAS PRODUÇÕES	MUDANÇA DE SISTEMA SEMIÓTICO
SISTEMAS produtores de representações que se referem aos objetos (Continuum do sentido)	REGISTROS Línguas, figuras, gráficos etc.	um conteúdo ARTICULANDO VÁRIAS UNIDADES DE SENTIDO conforme dois ou três níveis de organização	SUBSTITUIÇÃO por equivalência referencial OPERAÇÕES SEMIÓTICAS PRÓPRIAS DE CADA REGISTRO	CONVERSÕES por correspondência das unidades de sentido não reversibilidade
SISTEMAS transmissores, ou conversores do modo físico de transmissão (Discretização da informação)	CÓDIGOS Código binário, alfabetos etc.	SEQUÊNCIA DE CARACTERES cada caractere da sequência resulta de uma escolha de codificação dos dados (estados sucessivos, sons, ...) e não de regra de combinação	Somente a programação externa de ações sobre as sequências de valores binários (máquina de Turing)	CODIFICAÇÃO ⇔ DECODIFICAÇÃO

Fonte: Duval (2011, p.73)

Este quadro descreve a diferenciação entre os dois tipos heterogêneos de sistemas semióticos, os produtores e os transmissores, com ênfase as diferentes mobilizações de cada sistema semiótico. Para Duval (2011), o primeiro sistema consiste na codificação e decodificação de conteúdos mentais, enquanto que no segundo a mobilização consiste na execução das operações semióticas que o sistema torna possível.

Porque entender todos estes conceitos e concepções? A compreensão destes conceitos e concepções reside, para Duval (2011), na premissa de que um registro só é um sistema semiótico quando é possível identificar quais são as operações de produção de representação que ele permite executar de maneira original e específica. E aqui pousa a necessidade de compreensão de que a língua, enquanto o primeiro registro de representação semiótica necessária para o funcionamento do pensamento, deve, nos processos de ensino e aprendizagem de matemática, sobrepujar a simples função de comunicação privilegiando também todas as operações envolvidas nos processos de apreensão do conhecimento.

Para Duval, “a matemática é o único domínio em que o progresso dos conhecimentos está estreitamente ligado a invenção de novos sistemas semióticos.” (DUVAL, 2011, p.84). Assim, a invenção de novos sistemas semióticos remeteu ao desenvolvimento de novos objetos matemáticos, os quais limitaram o emprego da linguagem, ao papel de explicações feitas a margem dos tratamentos matemáticos ou da produção final de enunciados, segundo ele.

As figuras emergem, como as representações produzidas cuja visualização permite mais facilmente a análise do funcionamento cognitivo, da atividade matemática, e em especial na geometria.

Tais preceitos são corroborados pela importância da visualização e segundo Duval (2003, p.13), “a diferença entre a atividade requerida pela matemática e aquela requerida em outros domínios do conhecimento não deve ser procurada nos conceitos”, mas sim na importância da visualização e na grande variedade de representações utilizadas em matemática. A representação e a visualização estão no núcleo de sua compreensão e o papel de ambas é fundamental no pensar e aprender matemática.

As figuras segundo Duval “apresentam três características que lhe conferem um poder cognitivo particular” (Duval, 2011, p. 84), e são eles: seu valor intuitivo, sua completude, e a sua capacidade de impor um reconhecimento quase imediato dos objetos representados por elas.

3. METODOLOGIA DA PESQUISA

Este estudo é voltado para uma ação pedagógica investigativa, uma vez que consiste na avaliação de uma prática de ensino de Geometria, cujo embasamento teórico dos traços específicos da

prática apresentada ultrapassa os moldes tradicionais de ensino de Matemática, emergindo na relevância da inserção da Teoria de Registros de Representação Semiótica nos processos de ensino e aprendizagem de Matemática. E como enfatiza a Educação Matemática e práticas educativas inovadoras, sua metodologia alicerçou-se nos princípios da metodologia qualitativa, uma vez que nela está imersa a engenharia didática utilizada.

A caracterização da engenharia didática está na inerência da apresentação da Teoria de Registros de Representação Semiótica à dimensão epistemológica do tema, enquanto a reconfiguração, foco principal da intervenção é inerente à dimensão didática do trabalho, ao mesmo tempo em que sua abordagem como instrumentação metodológica auxiliar aos processos de ensino e aprendizagem de Geometria é inerente à dimensão cognitiva do público-alvo.

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

4.1. A Reconfiguração

Na Geometria, a utilização de figuras depende das duas primeiras características apresentadas, já que em um primeiro momento a apresentação se dá através de demonstrações ou de aplicação da geometria na realidade, e para tal o processo de “ver” é essencial. E após, quando ocorre o aprofundamento no ensino, se aplica então a terceira característica com o intuito de oferecer subsídios através das propriedades geométricas que permitam a organização destas figuras.

Sob o aspecto cognitivo, o poder “ver” a figura, ou sua imagem, permitem sua utilização na resolução de um problema ou mesmo o próprio reconhecimento da aplicação de propriedades geométricas

em situação reais. O ensino de matemática hoje embasa-se nas hipóteses de que este “ver” é a forma comum de ver as imagens e perceber objetos reais, e de que é preciso subordinar este “ver” a um conhecimento conceitual do qual dependerá e que o guiará.

Neste contexto Duval (2011) alerta para as lacunas existentes nestas hipóteses de forma que tais lacunas remetem a dificuldades profundas de aprendizagem de geometria. Trazendo a hipótese de que a forma de “ver” depende das operações de reorganizações puramente visuais das figuras, que são próprias da maneira matemática de ver, isso é equivalente a assumir que as figuras formam um registro de representação semiótico específico.

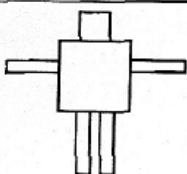
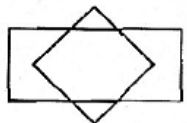
Referindo-se a registro Duval aponta que, “para mostrá-lo é preciso descrever as operações figurais que permitem, independentemente ou mesmo antes, a utilização de uma propriedade matemática” (Duval, 2011, p. 84). Acrescentando que, “são estas separações figurais que permitem transformar qualquer figura em outra, com a finalidade de fazer aparecer uma solução ou de produzir um contraexemplo ou ainda de modelar uma situação” (2011, p.85). Duval (2011) conclui que para compreender a maneira matemática de ver a Geometria é preciso compreender estas operações figurais.

Sobre as forma de ver uma figura, Duval preconiza que, “ver uma figura é reconhecer imediatamente as formas, isto é, os contornos fechados justapostos, superpostos, separados.” Para ele:

A figura é vista como uma imagem mais ou menos esquematizada. Uma configuração parece com um objeto da realidade à medida que as relações de vizinhança entre as formas que reconhecemos conservam as relações de vizinhança entre as partes deste objeto. (Duval, 2011, p.85)

Como exemplo, das maneiras de ver uma figura, Duval apresenta o Quadro 2, a seguir, auto-explicativo sobre três maneiras de ver uma figura geométrica plana.

Quadro 2. Maneiras de ver uma figura geométrica plana.

Figuras 2D/2D (Configuração global)	Duas decomposições VISUALMENTE INCOMPATÍVEIS em unidades figurais 2D/2D (= formas ou contornos fechados reconhecidos)		E uma terceira em unidades figurais 1D/2D
	Acoplamento/decomposição por JUSTAPOSIÇÃO	Acoplamento por SUPERPOSIÇÃO	
	6 formas , cada uma sendo uma parte do corpo humano. (icônica)	5 formas , cada uma sendo uma faixa retangular mais ou menos larga.	18 segmentos ou 12 retos subjacentes
	5 formas poligonais (dois triângulos, dois pentágonos, um hexágono). (não icônica)	2 polígonos regulares (um quadrado e um retângulo).	8 ARESTAS de unidades 2D/2D (ou lados)

Fonte: Duval (2011, p.87)

Neste exemplo Duval adentra na ideia que a maneira matemática de ver as figuras em geometria exige que se possa passar espontaneamente ou rapidamente de uma para outra, assim, a maneira matemática de ver requer que se possam reconhecer os pontos como unidades figurais de forma a completar uma visualização. Ele ainda aponta que, entre a maneira normal de ver e a maneira matemática de ver, há um salto cognitivo considerável.

As representações, o acesso aos objetos e a ideia de correspondência introduzem, conforme as concepções de Raymond Duval, a importância da semiótica, suas transformações e tratamentos. Utilizando a teoria descrita é que se adentra no universo da Geometria, inserindo a reconfiguração como tratamento figural, trazendo neste contexto sua importância para a apreensão operatória da figura e conseqüentemente, sua importância ao desenvolvimento do raciocínio matemático.

Para a compreensão do tratamento figural de Reconfiguração destaca-se inicialmente a apresentação do papel heurístico das figuras nos processos de ensino e aprendizagem de Geometria, uma vez que a visualização destas é reconhecidamente auxiliar aos métodos didáticos utilizados em sala de aula. Para Duval (1995), as figuras permitem analisar uma situação em conjunto, sendo assim, um meio mais direto para explorar os diferentes aspectos, antecipar os resultados e selecionar uma solução para o problema. Neste contexto, Flores e Moretti (2006, p. 6-7), complementam, destacando que:

Normalmente trabalha-se com as figuras numa abordagem exclusivamente psicológica da percepção, aquela imediata, a qual não dá condições ao aluno para olhar a figura sob outros aspectos. Quer dizer, olha-la de outros modos, sob outras configurações, o que implica na correspondência entre a visão de uma sequência de subfiguras pertinentes, a união destas subfiguras formando um todo, e ainda, a correspondência da figura e o texto, possibilitando, enfim, a exploração heurística.

A partir destas concepções apresenta-se a reconfiguração, como tratamento figural necessário à apreensão operatória relacionada à busca por soluções de problemas geométricos, o qual é induzido, sob a ótica de Flores e Moretti, pela necessidade de aplicações de tratamentos figurais, já que, para os autores: “A produtividade heurística de uma figura, para a resolução de problemas matemáticos, é dependente da possibilidade de se tomar esta figura sobre outras formas, ou seja, sobre a possibilidade de se aplicar nela tratamento figurais ” (2006, p.7).

Levando em conta a discussão precedente e com base nestas considerações, pode-se compreender a relação heurística existente na operação de reconfiguração como um tratamento de caráter heurístico, cujas competências requeridas para sua operacionalização, ultrapassam o âmbito da visualização, permitindo percepções diferenciadas, complementando assim, o raciocínio matemático necessário a resolução do problema.

A operação de reconfiguração, conforme Duval, “é a operação que consiste em reorganizar uma ou várias subfiguras de uma figura dada em outra figura”. (Duval, 2004, p.165).

Para Duval a operação de reconfiguração se constitui como uma operação fundamental para a apreensão matemática das figuras, já que consiste em ver profundamente duas unidades figurais de mesma forma e orientação, mas tamanhos diferentes. Esta operação, segundo Duval, permite estabelecer a relação entre a reconfiguração e os mecanismos perceptivos que permitem a constância de tamanhos na percepção dos objetos ao redor do sujeito.

A reconfiguração foi objeto de pesquisas realizadas por autores como Duval, Moretti, Sanches e outros, os quais buscaram abordar demonstrações diversas em Matemática e compreensão de textos, bem como analisar os aspectos cognitivos envolvidos sob a ótica da Teoria de Registros de Representação Semiótica. Dentre estas pesquisas destaca-se, enquanto exemplo de reconfiguração para este estudo, a pesquisa realizada por Sanches (1992).

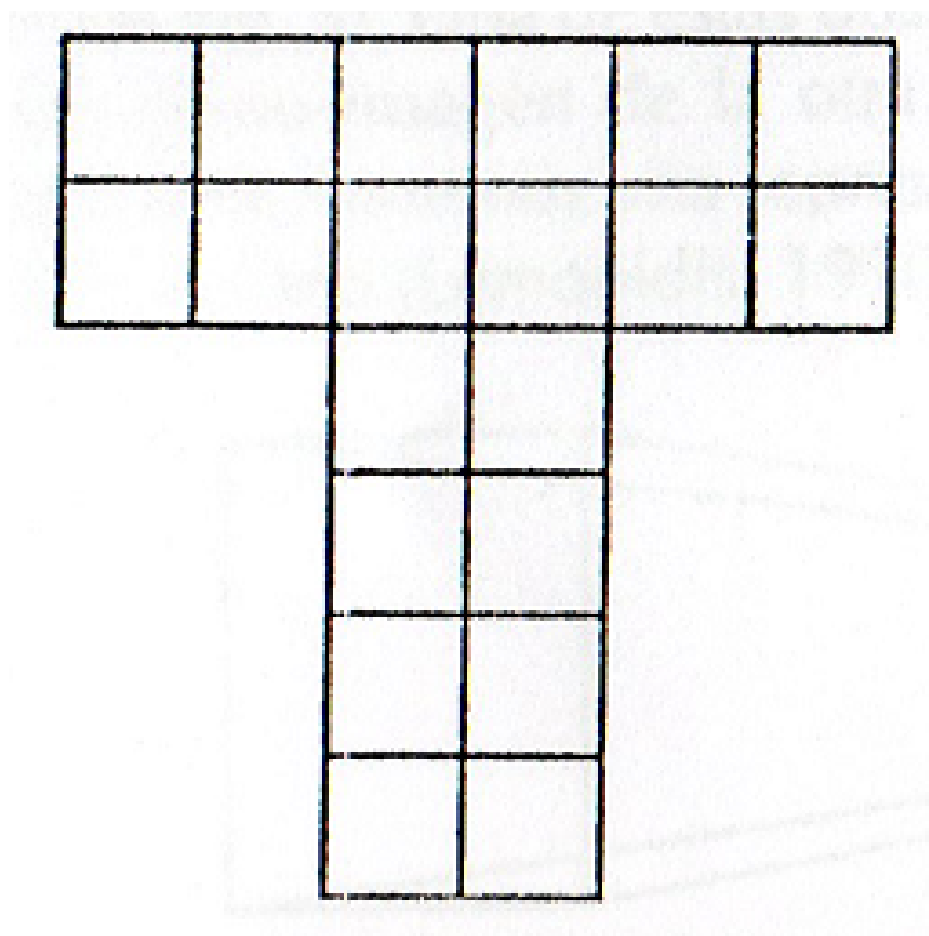
Sanches (1992) abordou a reconfiguração enquanto tratamento puramente figural, para ela, a reconfiguração enquanto apreensão operatória é um tratamento puramente figural, que pode ser efetuado independentemente de toda interpretação discursiva das partes de uma figura. Também para Sanches, a reconfiguração enquanto tratamento puramente figural confia às figuras um papel heurístico ou seu poder intuitivo.

O caráter de transformação, resultante das operações de reconfiguração no âmbito da Geometria é mais bem compreendido

por meio de exemplos, os quais ilustram como ocorre as modificações das figuras, e o como esta apreensão operatória se diferencia de outras.

Neste contexto a separação das imagens do vídeo apresentadas na intervenção didática, e demonstradas posteriormente, também intui a inclusão deste estudo no rol de exemplos de operações de reconfiguração em caráter científico, tal qual o exemplo de Duval (1995), e descrito pela Figura 1 a seguir, a qual é formada por cinco quadrados subdivididos cada um em outros quatro quadrados menores. Neste exemplo busca-se responder a pergunta: “é possível decompor esta figura em quatro pedaços susceptíveis de serem sobrepostos?”.

Figura 1. Decomposição de quadrados



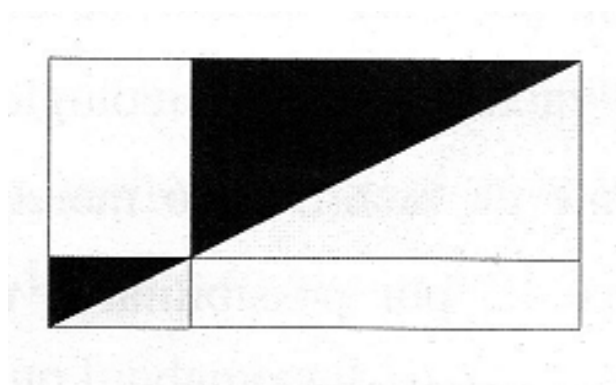
Fonte: DUVAL (2004, p.165)

Em sua análise, Duval (1995), considera que o uso de reconfiguração está explícito na figura, uma vez que, a divisão para tal, é um fracionamento quadricular, conforme a própria configuração demonstra.

O segundo exemplo analisado por Duval (1995), e já exposto na Figura 1, é o correspondente ao problema de Euclides. Neste exemplo apresenta-se o retângulo DEFH, onde O é um ponto qualquer da diagonal HE, e AB é o segmento paralelo ao segmento DH passando por O, e ainda o segmento MN é a paralelo ao segmento DE passando também por O. A partir desta configuração busca-se mostrar através das figuras abaixo, a igualdade das áreas 1 e 2, qualquer que seja a posição do ponto O, ou seja do segmento AB.

A solução deste problema pode se dar através da supressão dos triângulos DEH e EHF de duas configurações não convexas iguais, tal qual mostra a Figura 2 a seguir.

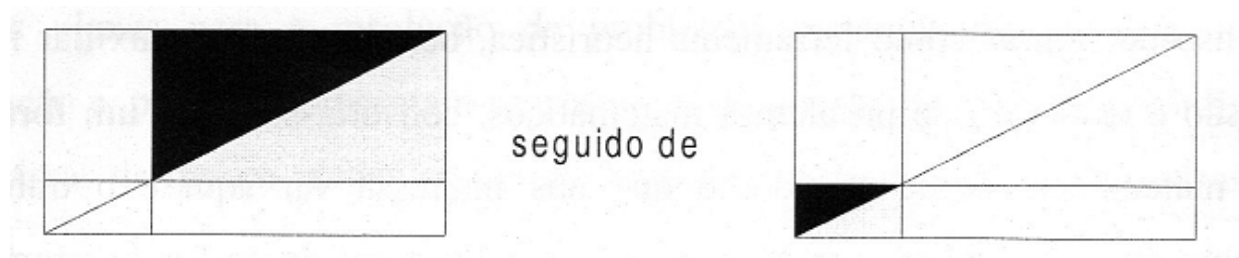
Figura 2. Supressão de triângulos em um retângulo



Fonte: Flores, Moretti (2006, p.8)

Este problema também pode ser resolvido, conforme Duval, pela supressão sucessiva de duas partes elementares iguais, como mostra a sequência na Figura 3, a seguir:

Figura 3. Supressão sucessiva de triângulos em um retângulo



Fonte: Flores, Moretti (2006, p.8)

Este exemplo requer a comparação de várias subfiguras, as inscritas nos dois triângulos maiores, e as não inscritas, formadas pela reunião dos triângulos, inclusos respectivamente em HDE e EFH.

Duval (1995), ainda complementa que a solução deste problema se baseia essencialmente em uma operação de reconfiguração, onde é necessário reconhecer os paralelogramos, reconfigurando os triângulos dois a dois. Esta operação tem um importante papel no reconhecimento direto de unidades figurais elementares de dimensão 2, uma vez que tal figura, é formada por unidades figurais heterogêneas.

No âmbito de tratamento operatório de figuras a apresentação do pentagrama, influenciada pelo conteúdo do vídeo foi complementar ao conteúdo específico do programa curricular do público alvo do estudo. Tal figura, por suas características, apresenta uma variedade de construções e reconstruções em sua estrutura geométrica, esta, própria de tratamentos operatórios de reconfigurações. O pentagrama surge como exemplo principal ilustrado na mídia utilizada na intervenção didática. E é a partir desta figura geométrica que se demonstrou as primeiras reconfigurações propostas aos alunos.

O pentagrama surgiu enquanto propriedade do pentágono regular e é descrito como uma estrela de cinco pontas, formada traçando-se as cinco diagonais de uma face pentagonal de um dodecaedro regular. Este pentágono estrelado – pentagrama, possui como característica, poder ser construído por uma linha única, fechada e entrelaçada, e por tal, é conhecido também por laço infinito, pois é possível fazer outro pentagrama menor dentro do pentágono regular do pentagrama maior, e assim sucessivamente.

No contexto da Geometria, os pitagóricos consideravam o pentagrama ou triângulo triplo como um símbolo, o qual para obtê-lo, eles estendiam as faces pentagonais até formar uma estrela. Tal qual podemos visualizar na Figura 4 a seguir, ele é formado pela união das diagonais de um pentágono:

Figura 4. A construção de um pentagrama a partir do pentágono

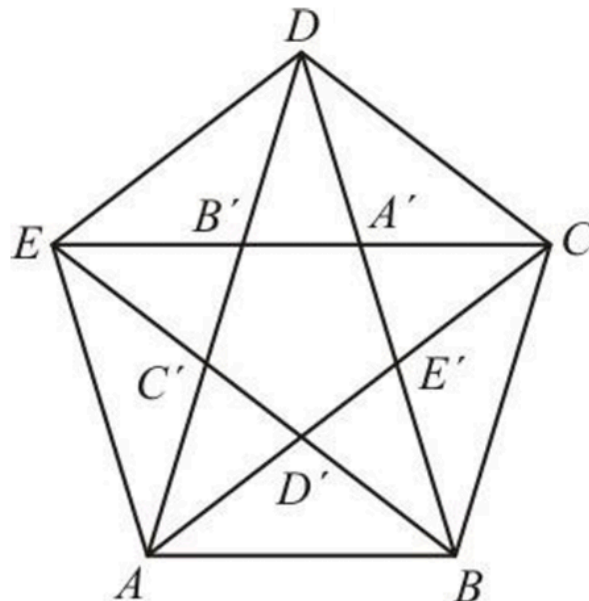


Fonte: Pereira, Lopes e Andrade
(2009, p.2)

A construção do pentagrama, segundo Boyer (2001), é uma das questões tantalizantes quanto à Geometria Pitagórica, sendo uma outra descrição, a construção de um polígono regular ABCDE, cujas as cinco diagonais traçadas se cortam nos pontos A'B'D'C'E',

formando outro pentágono regular a se visualizar na Figura 5 a seguir.

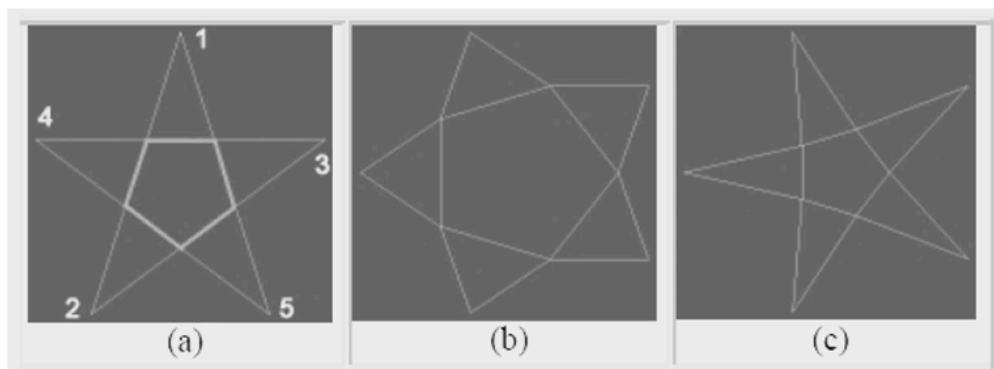
Figura 5. Um pentagrama inscrito em um pentágono



Fonte: Boyer (2001, p.35)

Para Boyer (2001), ao observarmos que o triângulo BCD' é semelhante ao triângulo isósceles BCE , e também os muitos pares de triângulos congruentes no diagrama, podemos notar que os pontos $A'B'D'C'E'$ dividem as diagonais de um modo notável. E cada um destes pontos divide a diagonal em dois segmentos desiguais, nos quais a razão da diagonal toda para o maior é igual à deste para o menor. Esta subdivisão das diagonais, designada como um dos dois grandes tesouros da Geometria – à saber, o outro é o Teorema de Pitágoras – é conhecida como secção áurea de um segmento, ou como os gregos designavam, divisão de um segmento em média e extrema razão. A secção áurea, por sua vez, remete um vasto leque de aplicações geométricas e algébricas, e a Geometria do pentagrama por ser rica em razões áureas, é conhecida como A Proporção Divina.

Figura 6. Exemplo de construções equivocadas de um pentagrama



Fonte: Pereira, Lopes e Andrade (2009, p.5)

O desenho (a) da Figura 6, representa um pentágono regular comum rodeado por cinco triângulos isósceles iguais, os quais se obtém através do prolongamento dos lados do pentágono de partida ao centro, no qual também pode ser traçado e desenhado os cinco segmentos na seguinte ordem: de 1 a 2, de 2 a 3, de 3 a 4, de 4 a 5, d e 5 a 1. Entretanto isto ocorre porque os triângulos possuem altura certa. Esta altura certa é a característica determinante da construção do pentagrama, pois se fossem diferentes como mostram os desenhos (b) e (c) da figura acima, ao desenhar apenas cinco segmentos, não seria possível, obter a figura (a). Uma das reconfigurações do pentagrama, também pode ser visualizada na Figura 7, a seguir:

Figura 7. O triângulo dourado



Fonte: Pereira, Lopes e Andrade (2009, p.7)

Ao unirmos em um pentagrama, uma ponta da estrela, com as duas opostas, podemos formar um triângulo isóscele, o qual possuirá dois ângulos de 72° e um terceiro de 36° , portanto metade de cada um

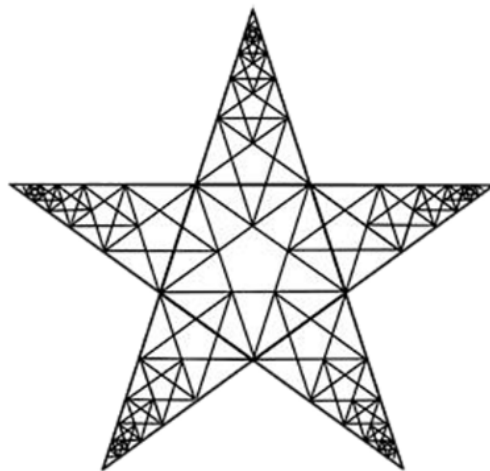
dos maiores. Este polígono é também conhecido por triângulo dourado, pois se bissectarmos um dos ângulos maiores dividindo o triângulo original em dois, o triângulo menor resultante é semelhante ao original, ou seja, é de novo um triângulo dourado. E segundo Crato (2004, p.1), “Dividindo este triângulo pelo mesmo processo, pode construir-se uma sucessão infinita de triângulos dourados encaixados”.

A Figura 8 ilustra as colocações de Crato (2004, p.1):



“Outra sucessão geométrica curiosa pode ser construída notando que as pontas do pentagrama desenharam um pentágono regular que envolve a estrela. Olhando o seu interior, voltamos a descobrir um pentágono regular. Isso significa que se pode construir uma sucessão infinita de pentágonos e pentagramas encaixados”.

Figura 8. Sucessão infinita de pentágonos e pentagramas encaixados.



Fonte: Autoria Própria

4.2. A Abordagem do Vídeo

Todos os subsídios teóricos, apresentados acima, enfatizaram o uso do pentagrama e suas reconfigurações para reportar a importância desta operação à luz dos registros de representação semiótica e sua complementariedade ao aprendizado de Geometria. Assim o pentagrama enquanto enfoque, será o exemplo escolhido como demonstrativo do uso de reconfiguração, através das reconfigurações visualizadas por intermédio dos quadros integrantes da mídia de vídeo.

A apresentação do vídeo compreendeu a explanação do conteúdo de geometria a ser abordado, trazendo em seu corpo, de maneira transdisciplinar as transformações possíveis através de construções e desconstruções do pentagrama, e sua relevância em inúmeras áreas e conceitos de toda sociedade.

Considerando que a operação de reconfiguração atua neste estudo como uma instrumentação de caráter facilitador da apreensão de conteúdos abordados, a apresentação posterior durante a intervenção didática, onde se retoma imagens do vídeo foi suplementar aos aspectos suficientemente explicativos do mesmo,

uma vez que esta atribuiu visualizações diferenciadas a cada tratamento figural demonstrado, exemplificando nas figuras apresentadas em conjunto conforme as especificidades de cada tratamento figural visualizado.

Alguns dos conjuntos de figuras ilustrativas das reconfigurações envoltas nos processos de transformações do pentagrama são apresentados seguir, e denotam separadamente as peculiaridades das operações de reconfiguração aplicadas.

Figura 9. Imagem em PDF de quadros do filme -1



Fonte: Autoria Própria

Estas imagens da figura 9 ilustram a desconstrução do pentagrama em sua forma original, através de sua movimentação em relação ao plano. Esta imagem, durante a exibição do filme foi interligada a mensagem: *“Foi Pitágoras que descobriu que o Pentagrama está repleto de Matemática”*.

Figura 10. Imagem em PDF de quadros do filme -2



Fonte: Autoria Própria

As imagens da figura 10 ilustram como o pentagrama pode ser subdividido, de forma que suas subdivisões permitam a visualização das proporções da regra de ouro, sendo também observado que, as duas primeiras linhas mais curtas combinadas são exatamente

iguais a terceira, e esta linha mostra as proporções mágicas da regra de ouro.

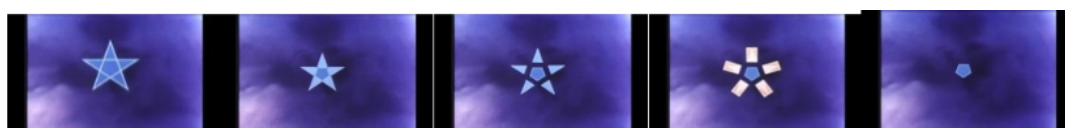
Figura 11. Imagem em PDF de quadros do filme -3



Fonte: Autoria Própria

O conjunto de imagens da figura 11 reporta as informações que inicialmente tem-se um triângulo formado a partir do pentagrama, enquanto que na segunda imagem este triângulo é reconfigurado para a formação do Retângulo de Ouro, o qual é demonstrado na terceira imagem e desconstruído a seguir, para a formação de nova figura. Neste momento observa-se, conforme áudio do filme, que: *“Mas isso é só o começo, escondido dentro do pentagrama está o segredo da criação do Retângulo de Ouro, que os Gregos admiravam por suas proporções belas e suas propriedades mágicas!”*.

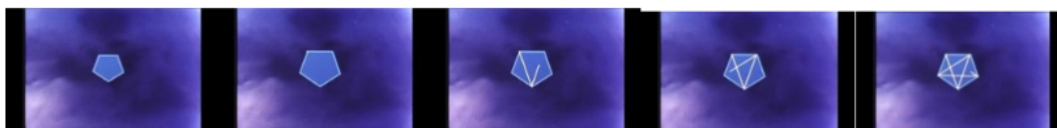
Figura 12. Imagem em PDF de quadros do filme -4



Fonte: Autoria Própria

O conjunto de imagens da figura 12 permite a visualização da separação dos cinco triângulos que envolvem o pentágono central inscrito no pentagrama, bem como os possíveis Retângulos de Ouro formados a partir dos triângulos. Neste momento observa-se durante o filme que a estrela contém o Retângulo de Ouro muitas vezes.

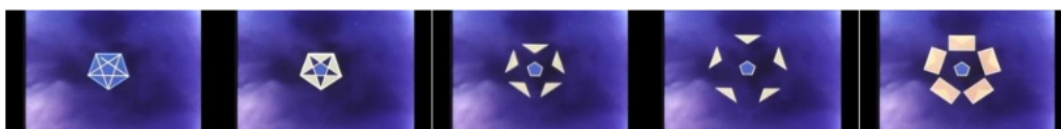
Figura 13. Imagem em PDF de quadros do filme -5



Fonte: Autoria Própria

O conjunto de imagens da figura 13 propicia a visualização da reconstrução do pentagrama dentro do pentágono, a partir de seus vértices e diagonais. Neste momento é observado durante o filme que: “É uma forma fantástica, ela pode se reproduzir matematicamente infinitas vezes”.

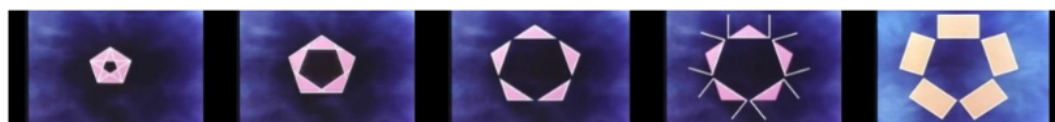
Figura 14. Imagem em PDF de quadros do filme -6



Fonte: Autoria Própria

No conjunto de imagens da figura 14 é possível visualizar que as duas primeiras imagens mostram novamente as possíveis construções e desconstruções do pentagrama a partir do pentágono, a terceira e quarta imagens mostram a supressão do pentagrama interno ao pentágono enquanto que a quinta imagem mostra os retângulos de ouro formados sobre os triângulos resultantes da separação destes do pentágono da imagem anterior.

Figura 15. Imagem em PDF de quadros do filme -7



Fonte: Autoria Própria

O conjunto de imagens da figura 15 ilustra nas três primeiras imagens a construção de pentágonos internos a outro pentágono com diferentes áreas, desenhados a partir das diagonais de um pentagrama, enquanto que a quarta imagem mostra a construção de um retângulo de ouro a partir de triângulos formados pela supressão de um pentágono inscrito em outro pentágono. A ultima imagem ilustra os retângulos de ouro já construídos.

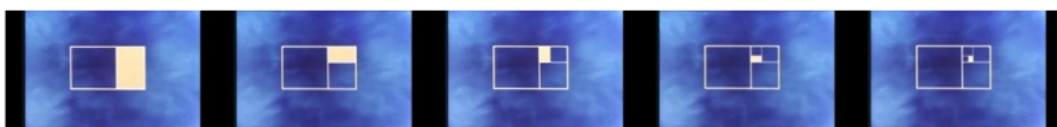
Figura 16. Imagem em PDF de quadros do filme -8



Fonte: Autoria Própria

O conjunto de imagens representado na figura 16 permite a visualização da sobreposição dos retângulos formados anteriormente, os quais formam um novo retângulo.

Figura 17. Imagem em PDF de quadros do filme -9



Fonte: Autoria Própria

No conjunto de imagens da figura 17 percebe-se que o retângulo é subdividido sucessivamente formando novos retângulos. Neste momento observa-se na apresentação do filme que: “Todos estes retângulos tem exatamente as mesmas proporções”.

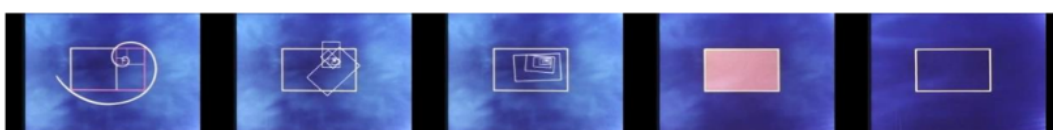
Figura 18. Imagem em PDF de quadros do filme -10



Fonte: Autoria Própria

Na figura 18, o conjunto de imagens a continuidade das subdivisões sucessivas dos retângulos formando novos retângulos, configurando na última imagem os vértices necessários para a visualização da espiral mágica.

Figura 19. Imagem em PDF de quadros do filme -11



Fonte: Autoria Própria

O conjunto de imagens da figura 19 traz na primeira imagem, a visualização do caminho percorrido pela espiral mágica, notando que ela percorre sempre os mesmos vértices em proporcionalidade aos retângulos. Na segunda e terceira imagens, é possível visualizar os retângulos sendo rotacionados, a fim de preencher figuralmente o retângulo maior. A quinta imagem retorna ao retângulo de ouro.

Todos estes conjuntos de imagens foram demonstrados através de slides durante a intervenção didática.

Como o filme traz em seu contexto a ideia de correspondência das propriedades do retângulo de ouro com diversas áreas de conhecimento, este também permitiu a separação em quadros de conjuntos de imagens os quais propiciaram a visualização da aplicabilidade instrumental destas propriedades, demonstrando sua importância em arquitetura, artes e também na composição corpórea do ser humano. A seguir são apresentados alguns exemplos destes quadros.

Figura 20. Imagem em PDF de quadros do filme -12



Fonte: Autoria Própria

Na figura 20 visualiza-se no conjunto de imagens, inicialmente o Retângulo de Ouro enquanto proporção do Partenon, após é possível perceber as proporções envolvidas na operação de rotação de um retângulo inscrito no retângulo de ouro maior e o quanto a arquitetura da edificação obedeceu a tais proporções. As duas últimas imagens trazem a ideia da influencia das propriedades do retângulo de ouro em arquitetura em razão de suas propriedades mágicas. Neste momento a narração do filme observa que: *"Para os gregos, Retângulo de Ouro representa a lei da beleza matemática. Ele está em sua arquitetura clássica, o Partenon, talvez um dos prédios mais famosos da Grécia antiga"*.

Figura 21. Imagem em PDF de quadros do filme -13



Fonte: Autoria Própria

O conjunto de imagens da figura 21 mostra subdivisões sucessivas do Retângulo de Ouro, encontradas na edificação visualizada em ângulos diferentes, com mesmas proporções.

Figura 22. Imagem em PDF de quadros do filme -14



Fonte: Autoria Própria

No conjunto de imagens da figura 22 é possível visualizar a escultura encontrada na arquitetura da edificação, e o quanto estas foram influenciadas pela proporcionalidade do Retângulo de Ouro e suas subdivisões.

Figura 23. Imagem em PDF de quadros do filme -15



Fonte: Autoria Própria

O conjunto de imagens da figura 23 permite a visualização do quanto o Retângulo de Ouro pode ter relação com a estrutura corpórea do homem, sendo observado no filme que: “ Na verdade esta proporção ideal encontra-se na própria vida”.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este momento delineou a análise a priori de como a reconfiguração pode influir nos processos de ensino e aprendizagem de Geometria.

Os quadros representam as reconfigurações implícitas nas imagens que aparecem ao longo do filme. Assim elas representam de forma pontual as transformações das representações, contextualizando a concepção de Duval (2004), de que as representações transpõem o tratamento do objeto ou sobre o objeto, permitindo ainda a transformação da representação em outra representação. Pois conforme Duval (2011, p. 68), “O que é matematicamente essencial

em uma representação semiótica são as transformações que se podem fazer, e não a própria representação”.

É importante ressaltar que no decorrer do desenvolvimento da atividade que, em razão dos conhecimentos do público alvo envolvido, optou-se por enfatizar as explicações geométricas das construções e desconstruções visualizadas. Uma vez que o foco deste estudo é a compreensão da importância das reconfigurações e seu envolvimento no processo de apreensão do conteúdo, as explicações embora estivessem voltadas para os conhecimentos geométricos advindo do conteúdo abordado, as propriedades da reconfiguração foram devidamente ressaltadas.

Enquanto análise a posteriori, observou-se que a reapresentação das imagens do vídeo na forma de conjuntos de imagens, propiciou aos alunos a visualização de cada reconfiguração específica ilustrada no filme. Tais imagens visaram retomar as regras e construções geométricas envolvidas no contexto do conteúdo, separadamente.

Aqui pode-se atribuir a importância de cada separação figural apresentada nos quadros, como registro que permite transformar tal figura em outra, com a finalidade de produzir ou modelar uma situação. Assim este momento atende a concepção de Duval (2011), onde este conclui que para compreender a maneira matemática de ver a Geometria é preciso compreender as operações figurais.

Para a elaboração deste momento vislumbrou-se a transmissão do conhecimento do conteúdo de forma diferenciada. Esta diferenciação consistiu na busca pela compreensão de que as figuras e formas geométricas podem ser construídas a partir de outras, ou mesmo partes de outras.

A Geometria é nata ao homem já que este a observa, compara e reconhece em seu mundo circundante. Desde seu nascimento, o ser humano convive consciente ou inconscientemente com primitivas concepções geométricas. Estas são sinalizadas como noções de distância, formas e figuras geométricas simples, noções primárias de paralelismo e perpendicularismo. E é a partir destas noções que a Geometria Científica tem seu limiar no pensamento humano.

À medida que o aluno cria a consciência científica de que todos os desenhos que integram seu mundo estão regidos por um conjunto de regras e leis matemáticas, a Geometria flui através de seu desenvolvimento cognitivo, passando inicialmente por um processo intuitivo até atingir os processos de raciocínio científico.

Esta e inúmeras outras pesquisas, cujo foco é o processo de ensino e aprendizagem de matemática, alicerçado na teoria de Duval, tendem a ser um marco da evolução de muitas concepções metodológicas de matemática. E embora os sistemas de ensino vigentes no Brasil estejam arraigados ao modo de ensino tradicional, suas lacunas estão sempre em evidência. Tais lacunas remetem às constantes reflexões sobre quais mudanças nestes sistemas não só se fazem necessárias, mas essenciais.

Ao considerar que ainda hoje a maioria dos conteúdos de Matemática do Ensino Fundamental possuem abordagens arraigadas nos processos de ensino e aprendizagem tradicionais, impeliu-se à esta pesquisa a necessidade de experimentação em sala de aula.

A reconfiguração abordada como método de instrumentação aplicado ao ensino de figuras geométricas e assuntos afins, já no

Ensino Fundamental, traduz a importância que há em se desenvolver as competências básicas de Geometria no âmbito das figuras, tais como as habilidades de visualização e representação, estas tão significativas no desenvolvimento cognitivo do pensamento do aluno.

As análises realizadas nesta pesquisa estão imbuídas da necessidade constante de apresentação de novos recursos profissionais que modifiquem positivamente os processos educativos, no âmbito da matemática. Elas visam também esclarecer os efeitos do ensino de Geometria sob a abordagem da reconfiguração em contraponto aos métodos tradicionais, intuindo cada vez mais minimizar as dificuldades natas às cognições dos alunos.

Os processos de ensino e aprendizagem de Geometria são complexos, bem como os demais processos no âmbito da Educação Matemática, mas com peculiaridades próprias, como a necessidade de discernimento do aluno de identificação e visualização das figuras para as corretas construções e desconstruções inerentes as representações geométricas. Tais considerações remetem ao que preconiza Duval (2011, p. 37): “A questão da natureza do trabalho matemático não é apenas uma questão cognitiva, é também uma questão metodológica” (2011, p. 37)

Há de se incluir nestas considerações finais, a concepção de que o conhecimento em matemática se diferencia do conhecimento pedagógico direcionado para esta ciência. Para tanto remetemos tal diferenciação a necessidade de se examinar minuciosamente cada ação ou prática de ensino a ela aplicável, para então, vir a demonstrar novos caminhos didáticos e/ou metodológicos aos

assuntos específicos abordados, os quais propiciem possibilidades reais de mudanças no ensino usual desta disciplina.

Nesta pesquisa a intervenção didática teve sua perspectiva atingida e consolidada através de estudos e análises de apreensão do conhecimento repassado. Os objetos geométricos abordados transpuseram as barreiras do conhecimento comum infligindo ao aluno um determinado poder de discernimento diferenciado, o qual o permitiu a compreensão de que um tratamento figural adequado pode transpor barreiras de aprendizagem.

Em conformidade com a objetivação desta pesquisa, espera-se que a experiência realizada sirva aos seus leitores como roteiro de prática de ensino e como texto reflexivo a outras abordagens e ações didáticas em matemática, em razão das dimensões epistemológicas e cognitivas do tema, tão inerentes aos processos de ensino e aprendizagem de matemática.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BOYER, C. B. **História da Matemática**. Tradução de Elza F. Gomide. 2. ed. São Paulo: Edgard Blücher, 2001.

CRATO, N. **O Homem de Vitróvio**. 2004. Disponível em: http://pascal.iseg.utl.pt/~ncrato/Expresso/HomemVitruvio_Expresso_20041023. Acesso em: 12 set. 2015.

DUVAL, R. Abordagem cognitiva de problemas de geometria em termos de congruência. Tradução de Méricles T. Moretti. **REVEMAT: Revista Eletrônica de Educação Matemática**, Florianópolis, v. 7, n. 1, 2012B. Disponível em: <http://www.periodicos.ufsc.br/index.php/revemat>.

DUVAL, R. Diferenças semânticas e coerência matemática. Tradução de Méricles T. Moretti. **REVEMAT: Revista Eletrônica de Educação Matemática**, Florianópolis, v. 7, n. 1, 2012A. Disponível em: <http://www.periodicos.ufsc.br/index.php/revemat>.

DUVAL, R. **La notion de registre de représentation sémiotique et l'analyse du fonctionnement cognitif de la pensée**. Curso dado à PUC/SP, 1997.

DUVAL, R. Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. **Annales de Didactique et de Sciences Cognitives**, Strasbourg, p. 37-64, 1993.

DUVAL, R. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. *In*: MACHADO, S. D. A. (org.). **Aprendizagem em Matemática**: registros de representação semiótica. São Paulo: Papirus, 2003.

DUVAL, R. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. Tradução de Méricles Thadeu Moretti. **REVEMAT: Revista Eletrônica de Educação Matemática**, Florianópolis, v. 7, n. 2, p. 266-297, 2012.

DUVAL, R. **Semiosis e Pensamiento Humano**: Registros Semióticos y Aprendizajes Intellectuales. Traducción de Myriam Veja Restrepo. 1. ed. Santiago de Cali: Castellano, 2004.

DUVAL, R. **Sémiosis et pensée humaine**: Registres sémiotiques et apprentissages intellectuels. Berne: Peter Lang, 1995.

DUVAL, R. **Ver e ensinar a matemática de outra forma**: entrar no modo matemático de pensar: os registros de representações

semióticas. Organização de Tânia M. M. Campos. Tradução de Marlene Alves Dias. São Paulo: PROEM, 2011.

FLORES, C. R.; MORETTI, M. T. As Figuras Geométricas enquanto suporte para a aprendizagem em geometria: um estudo sobre a heurística e a reconfiguração. **REVEMAT: Revista Eletrônica de Educação Matemática**, Florianópolis, v. 1, n. 1, p. 5-13, 2006.

FLORES, C. R.; MORETTI, M. T. O papel heurístico de uma figura geométrica: o caso da operação de reconfiguração. *In*: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (ENEM), 8., 2004, Recife. **Anais do VIII encontro**. Recife: SBEM, 2004. Disponível em: <http://www.sbem.com.br/files/viii/pdf/02/1CC88890589949.pdf>. Acesso em: 12 set. 2015.

MORAES, Maria Cândido; TORRES, Saturnino de La. 2004 *apud* VICENTINI, Gustavo Wuergers; DOMINGUES, Maria José Carvalho de Souza. O uso do vídeo como instrumento didático e educativo em sala de aula. *In*: ENCONTRO NACIONAL DOS CURSOS DE GRADUAÇÃO EM ADMINISTRAÇÃO (ENANGRAD), 19., 2008, Curitiba. **Anais eletrônicos**. Curitiba: ANGRAD, 2008.

MORETTI, M. T.; BRANDT, C. F. **A confluência de ideias para criar um espaço de aprendizagem da geometria**. 2014. Disponível em: <http://www.pucsp.br/IIIpesquisaedmat/download/resumos/GD10-Geo-mericles-celia-fim.pdf>.

MORETTI, M. T.; THIEL, A. A. O ensino de matemática hermético: um olhar crítico a partir dos registros de representação semiótica. **Práxis Educativa**, Ponta Grossa, v. 7, p. 379-396, 2012.

MORETTI, Mércles T. O Papel dos Registros de Representação na Aprendizagem da Matemática. **Revista Contra Pontos**, Itajaí, ano 2, n. 6, Univali, 2002.

MORETTI, Mércles T. Semiosfera do olhar: um espaço possível para a aprendizagem da geometria. **Acta Scientiae**, Canoas, v. 15, n. 2, p. 289-303, 2013.

PEREIRA, P. S.; LOPES, A. R. L. V.; ANDRADE, S. V. R. Pentagrama: Qual a sua História? *In*: ENCONTRO GAÚCHO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (EGEM), 10., 2009, Ijuí. **Anais...** Ijuí: SBEM-RS, 2009.

SANCHES, Virginia P. **L'influence d'une acquisition de traitements purement figuraux pour l'apprentissage des mathématiques**. 1992. Thèse (Doctorat) – Université Louis Pasteur (ULP), Strasbourg, 1992.

SERAFIM, M. L.; SOUSA, R. P. Multimídia na educação: o vídeo digital integrado ao contexto escolar. *In*: SOUSA, R. P.; MIOTA, F. M. C. S. C.; CARVALHO, A. B. G. (orgs.). **Tecnologias digitais na educação**. Campina Grande: EDUEPB, 2011. p. 19-50.

WOOD, L. N.; PETOCZ, P. Video in Mathematics learning at the secondarytertiary interface. *In*: SYMPOSIUM ON UNDERGRADUATE MATHEMATICS, **Proceedings** Rockhampton, 1999.

¹ Mestra Em Educação Científica e Tecnológica e Licenciada em Matemática pela Universidade Federal de Santa Catarina. Especialista em Programação Neurolinguística e Terapia Cognitivo Comportamental de Alta Performance pela Faculdade de Minas EaD. Licenciada em Pedagogia pela Universidade Estadual de Ponta

Grossa. Psicóloga Clínica. Currículo Lattes:
<http://lattes.cnpq.br/4278428034653714>. ORCID:
<https://orcid.org/0000-0001-8225-8459>. E-mail: [acesse o artigo](#)
[original para visualizar o e-mail](#)