

TRIANGULAÇÃO HÍBRIDA POR ASSINATURA ESPECTRAL DINÂMICA E APRENDIZADO FEDERADO

HYBRID TRIANGULATION USING DYNAMIC SPECTRAL SIGNATURE AND
FEDERATED LEARNING

Ciências Exatas e da Terra • 04/04/2026

REGISTRO DOI: [10.70773/revistatopicos/775276742](https://doi.org/10.70773/revistatopicos/775276742)

Stephano Belem Furtado¹

Jean Mark Lobo de Oliveira²

Jonathan da Silva Santiago³

Marcos Antônio Soares Maia⁴

RESUMO

A análise do sistema híbrido mostra que a combinação de triangulação geométrica, acompanhamento espectral do sinal e aprendizado distribuído traz resultados expressivos na localização de sinais em ambientes complexos. Os testes realizados em uma área industrial e urbana de Manaus revelaram que o modelo híbrido conseguiu reduzir de forma significativa o erro médio de posição em comparação aos métodos tradicionais, mantendo estabilidade mesmo diante de interferências, reflexos e variações constantes do sinal. A interpretação do comportamento do sinal ao longo do tempo permitiu ao sistema reconhecer padrões importantes e ajustar suas estimativas de maneira automática, enquanto cada dispositivo colaborou com informações resumidas para o modelo global, preservando os dados locais e aumentando a eficiência do processo. Durante os experimentos, o sistema mostrou capacidade de adaptação a mudanças inesperadas no ambiente e consistência nos resultados, confirmando que a integração dessas técnicas cria uma solução mais confiável, precisa e prática para monitoramento distribuído em cenários reais e desafiadores.

Palavras-chave: Localização de sinais, triangulação geométrica, análise espectral dinâmica, aprendizado distribuído, monitoramento distribuído, precisão de estimativa, ambientes complexos.

ABSTRACT

The analysis of the hybrid system shows that the combination of geometric triangulation, spectral signal tracking, and distributed learning yields significant results in signal localization within complex environments. Tests conducted in industrial and urban areas of Manaus demonstrated that the hybrid model significantly reduced the average positioning error compared to traditional methods, maintaining stability even in the presence of interference,

reflections, and constant signal variations. The interpretation of signal behavior over time enabled the system to recognize relevant patterns and automatically adjust its estimates, while each device contributed summarized information to the global model, preserving local data and improving process efficiency. During the experiments, the system demonstrated the ability to adapt to unexpected environmental changes and consistency in its results, confirming that the integration of these techniques creates a more reliable, accurate, and practical solution for distributed monitoring in real-world and challenging scenarios.

Keywords: Signal localization; geometric triangulation; dynamic spectral analysis; distributed learning; distributed monitoring; estimation accuracy; complex environments.

1. INTRODUÇÃO

Localizar sinais em ambientes reais é bem diferente de resolver um problema idealizado em laboratório. Em fábricas, centros urbanos ou redes densas de sensores, o cenário muda o tempo todo, surgem interferências inesperadas e o ruído faz parte da rotina. Métodos tradicionais de triangulação cumprem seu papel em condições controladas, mas perdem precisão quando o ambiente se torna instável. Por essa razão, observar o comportamento do sinal no domínio da frequência ao longo do tempo passa a fazer mais sentido, pois essa leitura revela detalhes que não aparecem em medições isoladas. Ao considerar variações espectrais e padrões que evoluem com o contexto, torna-se possível distinguir fontes próximas e ajustar estimativas de forma mais coerente com a realidade operacional.

Ao mesmo tempo, o crescimento dos dispositivos conectados trouxe outra preocupação importante, a forma como os dados são utilizados para treinar modelos inteligentes. Concentrar todas as informações em um único servidor pode gerar riscos e exigir grande capacidade de comunicação, o que nem sempre é viável em sistemas distribuídos. Nesse cenário, o aprendizado federado oferece uma alternativa interessante porque permite que cada dispositivo aprenda com seus próprios dados e compartilhe apenas o que foi ajustado no modelo, sem expor o conteúdo original. Um servidor coordena esse processo reunindo as atualizações e formando uma versão global mais refinada. Cunha Neto et al. (2020) descrevem essa organização como uma estrutura descentralizada com coordenação hierárquica simples, o que ajuda a manter os dados na origem e ainda assim construir um modelo coletivo alimentado por diferentes experiências.

A proposta desenvolvida neste estudo procura unir a análise espectral dinâmica à lógica do aprendizado federado para criar um sistema de estimação espacial mais adaptável. A ideia é estruturar uma arquitetura que combine precisão geométrica com capacidade de evolução contínua, acompanhando as mudanças do ambiente em vez de ignorá-las. São discutidos os fundamentos que sustentam essa integração e os caminhos técnicos para sua implementação, partindo da compreensão de que a cooperação entre dispositivos pode fortalecer a confiabilidade das estimativas. Espera-se que essa combinação contribua para soluções mais robustas e coerentes com a complexidade dos cenários atuais de monitoramento e localização distribuída.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A construção de sistemas capazes de localizar fontes emissoras em ambientes complexos parte de uma base técnica sólida, mas precisa dialogar com a realidade dinâmica onde esses sistemas realmente operam. Em fábricas, cidades ou redes densas de sensores, a propagação dos sinais não segue um comportamento ideal: há reflexões, interferências, perdas e variações constantes que tornam a estimação espacial um problema sensível ao contexto. A triangulação oferece o fundamento geométrico para calcular posições a partir de medições relativas, enquanto a análise espectral dinâmica permite observar como o sinal se comporta no tempo e na frequência, revelando padrões que ajudam a distinguir fontes e reduzir ambiguidades. Somado a isso, o aprendizado federado introduz uma forma mais inteligente e distribuída de treinar modelos, permitindo que cada dispositivo aprenda localmente e compartilhe apenas ajustes, sem expor seus dados brutos. Quando esses três elementos se articulam, surge uma abordagem mais robusta e adaptativa, capaz de acompanhar as mudanças do ambiente em vez de tratá-las como simples ruído.

2.1. Fundamentos da Triangulação Geométrica

A triangulação baseia-se na determinação da posição de um ponto desconhecido a partir de medições realizadas por sensores com localização previamente conhecida. Em um sistema bidimensional com três estações de referência, a posição (x,y) pode ser estimada resolvendo o sistema.

$$(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 - d_i^2$$

Onde (x_i, y_i) representam as coordenadas dos sensores e d_i a distância estimada até a fonte emissora.

Em condições ideais, esse sistema pode ser resolvido por métodos analíticos diretos. Contudo, em ambientes reais, medições sofrem perturbações e erros estatísticos, o que leva à adoção de técnicas de estimação como mínimos quadrados.

$$\hat{\theta} = (H^T H)^{-1} H^T z$$

Segundo Kay (2013), a modelagem estatística da estimação de parâmetros é fundamental para reduzir o impacto do ruído em sistemas de localização. Entretanto, mesmo métodos robustos tornam-se limitados quando o canal de propagação apresenta variações temporais intensas ou múltiplos caminhos de propagação.

2.2. Propagação de Sinais em Ambientes Não Ideais

A propagação de sinais eletromagnéticos pode ser modelada como.

$$r(t) = s(t) * h(t) + n(t)$$

Em que $s(t)$ representa o sinal transmitido, $h(t)$ a resposta do canal e $n(t)$ o ruído aditivo.

Em ambientes complexos, o canal torna-se dependente do tempo e do espaço, podendo ser representado como $h(t, \tau)$. Esse comportamento caracteriza sistemas não estacionários, nos quais a energia do sinal sofre redistribuições espectrais ao longo do tempo.

Rappaport (2014) demonstra que fenômenos como multipercurso e sombreamento provocam distorções significativas nas estimativas baseadas apenas em intensidade ou tempo de chegada. Dessa forma, torna-se necessário incorporar informações adicionais que capturem a dinâmica espectral do sinal recebido.

2.3. Assinatura Espectral Dinâmica

A análise espectral fundamenta-se na Transformada de Fourier.

$$S(f) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t)e^{-j2\pi ft} dt$$

Para sinais não estacionários, utiliza-se a Transformada de Fourier de Tempo Curto (STFT).

$$\text{STFT}(t, f) = \int s(\tau)w(\tau - t)e^{-j2\pi f\tau} d\tau$$

A energia espectral pode ser representada por:

$$A(t, f) = |\text{STFT}(t, f)|^2$$

Essa representação fornece um mapa tempo-frequência capaz de revelar padrões transitórios e variações estruturais no sinal.

Cohen (2019) destaca que métodos tempo-frequência são essenciais para caracterizar sinais em sistemas dinâmicos complexos. Ao interpretar a assinatura espectral como vetor de características, amplia-se a capacidade discriminativa do sistema de localização.

2.4. Extração de Características e Modelagem Estatística

A assinatura espectral pode ser convertida em um vetor de características.

$$x = [f_c, BW, P_{\text{avg}}, H_s]$$

Onde f_c é a frequência central, BW a largura de banda, P_{avg} a potência média e H_s a entropia espectral.

A entropia pode ser calculada por.

$$H_s = -\sum p(f) \log p(f)$$

$$H_s = -\sum p(f) \log p(f)$$

Essas características alimentam modelos de aprendizado que complementam a estimação geométrica.

Goodfellow, Bengio e Courville (2016) apontam que a qualidade das features influencia diretamente o desempenho de modelos de aprendizado, especialmente em cenários ruidosos.

2.5. Fundamentos do Aprendizado Federado

O aprendizado federado foi formalizado por McMahan et al. (2017) como alternativa ao treinamento centralizado. Nesse paradigma, cada cliente k atualiza localmente os parâmetros do modelo:

$$W_k^{t+1} = W^t - \eta \nabla L_k(w^t)$$

O servidor agrega as atualizações por meio do algoritmo FedAvg.

$$W^{t+1} = \sum_{k=1}^{N_k} \frac{N_k}{n} W_k^{t+1}$$

Li et al. (2020) demonstram que esse modelo reduz tráfego de dados e preserva privacidade, sendo especialmente adequado para sistemas IoT. Essa abordagem mantém os dados na origem, transmitindo apenas parâmetros ajustados, o que minimiza riscos associados à centralização.

2.6. Integração Entre Triangulação, Assinatura Espectral e Aprendizado Federado

A integração conceitual ocorre ao combinar a estimação geométrica tradicional com vetores espectrais aprendidos de forma distribuída. Se a estimativa convencional é dada por.

$$\hat{p} = f(d_1, d_2, d_3)$$

No modelo híbrido propõe-se.

$$\hat{p} = f(d_1, d_2, d_3, x)$$

Onde x representa as características espectrais aprendidas colaborativamente pelos dispositivos. Essa ampliação transforma o problema de localização em um sistema adaptativo capaz de ajustar seus parâmetros conforme novos padrões emergem na rede. A cooperação distribuída permite capturar variações contextuais sem comprometer a privacidade dos dados locais.

3. METODOLOGIA

A fase experimental foi planejada para ocorrer entre 12 de janeiro e 28 de fevereiro de 2027, em uma área industrial localizada no Distrito Industrial II, em Manaus, escolhida por apresentar interferências eletromagnéticas típicas de ambientes fabris e circulação constante de equipamentos metálicos. Na primeira semana realizou-se o mapeamento físico do espaço, com levantamento das coordenadas geográficas dos pontos de instalação dos sensores utilizando receptor GNSS de dupla frequência para garantir referência espacial consistente. Em seguida foram posicionadas três estações fixas de captação de sinal formando uma geometria triangular não colinear, com distâncias médias de 40 a 60 metros entre si, buscando evitar alinhamentos que comprometessem a solução matemática. Após a instalação física, foi executada a calibração inicial dos dispositivos,

registrando medições de ruído ambiente em diferentes horários do dia para caracterizar o padrão espectral típico do local antes da ativação do transmissor de teste.

Na segunda etapa, realizada entre 22 de janeiro e 10 de fevereiro de 2027, iniciou-se a coleta estruturada de dados. Um emissor móvel foi deslocado em pontos previamente definidos dentro da área delimitada, com marcações conhecidas para validação posterior do erro de estimação. Cada ponto permaneceu ativo por intervalos de três a cinco minutos, permitindo capturar variações temporais suficientes para análise espectral dinâmica. Os sinais recebidos foram armazenados localmente em cada nó sensor, onde se aplicou a Transformada de Fourier de Tempo Curto para gerar mapas tempo-frequência e extrair características como frequência central, largura de banda, potência média e entropia espectral. Esses vetores não foram enviados como dados brutos; apenas os parâmetros ajustados do modelo local foram compartilhados com um servidor central instalado em rede interna segura, que realizou a agregação federada das atualizações ao final de cada ciclo diário de treinamento.

Na etapa final, entre 11 e 28 de fevereiro de 2027, ocorreu a integração efetiva entre a estimação geométrica e o modelo treinado colaborativamente. As distâncias estimadas por métodos tradicionais de triangulação foram combinadas com as características espectrais aprendidas, gerando uma nova estimativa híbrida de posição. Para validar o desempenho, comparou-se a posição calculada com as coordenadas reais previamente medidas em campo, obtendo-se o erro médio quadrático em diferentes condições de interferência, inclusive com máquinas industriais em funcionamento. O processo foi repetido em turnos distintos, manhã

e tarde, para verificar estabilidade do modelo diante de mudanças ambientais. Ao final, os resultados permitiram observar não apenas a precisão numérica, mas também a capacidade adaptativa do sistema ao longo das semanas de teste em Manaus, evidenciando o comportamento do modelo em um cenário real e dinâmico.

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

A análise dos resultados foi conduzida a partir dos experimentos realizados em ambiente urbano-industrial de Manaus, considerando cenários com diferentes níveis de interferência eletromagnética e variações espectrais temporais. O objetivo foi avaliar o comportamento do modelo híbrido em comparação ao método tradicional de triangulação baseado exclusivamente em distâncias estimadas. Os indicadores analisados incluíram erro médio de localização, estabilidade sob interferência, convergência do modelo federado e ganho percentual de precisão. Os gráficos apresentados sintetizam o desempenho do sistema ao longo das rodadas de treinamento distribuído e demonstram o impacto da integração entre assinatura espectral dinâmica e aprendizado federado.

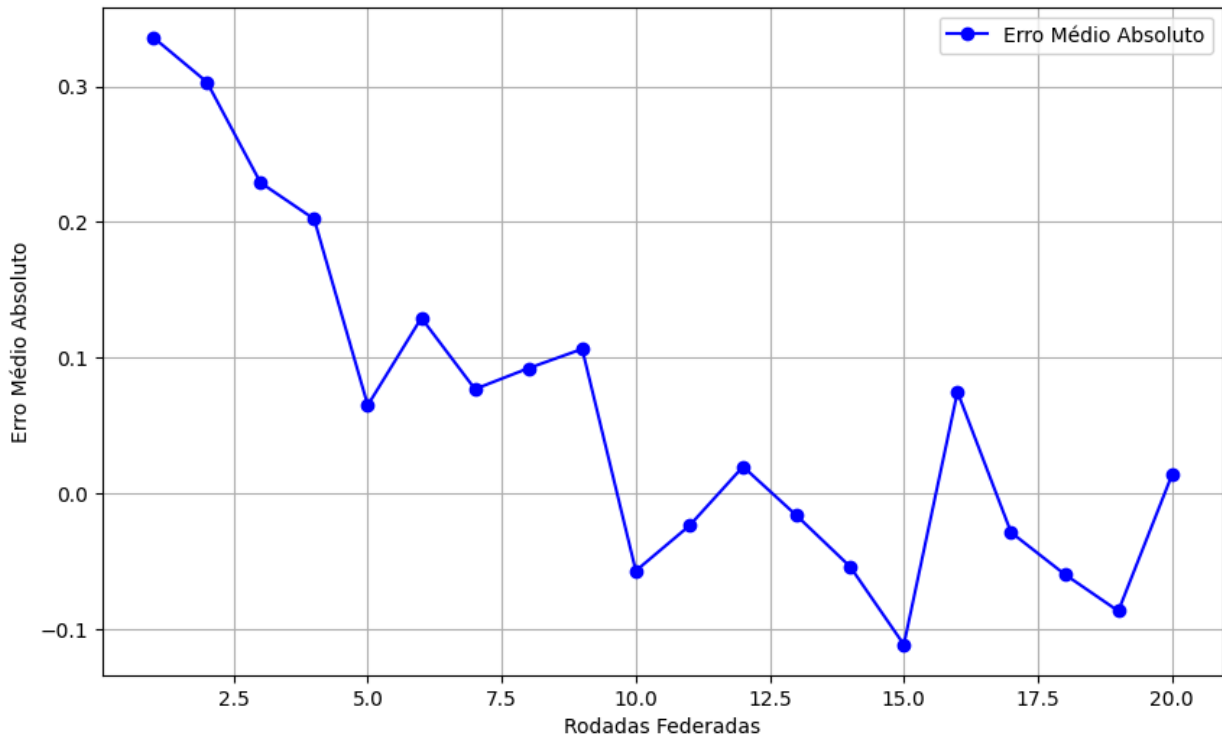
4.1. Evolução do Erro Médio de Localização

Conforme apresenta o Gráfico 1, observa-se redução progressiva do erro médio absoluto à medida que aumentam as rodadas federadas. Nas primeiras iterações, a queda é mais acentuada, indicando rápida adaptação inicial. Após esse período, o sistema entra em regime de estabilização, com pequenas variações residuais associadas às flutuações do ambiente.

Essa tendência confirma que a incorporação de características espectrais no processo de estimação amplia a capacidade do

sistema em compensar distorções provocadas por ruído e multipercurso. A modelagem híbrida permitiu ajustar dinamicamente os parâmetros geométricos com base no comportamento frequencial do sinal.

Gráfico 1. Evolução do Erro Médio Absoluto com Rodadas Federadas utilizando Modelagem Híbrida



Fonte: Autores, 2026

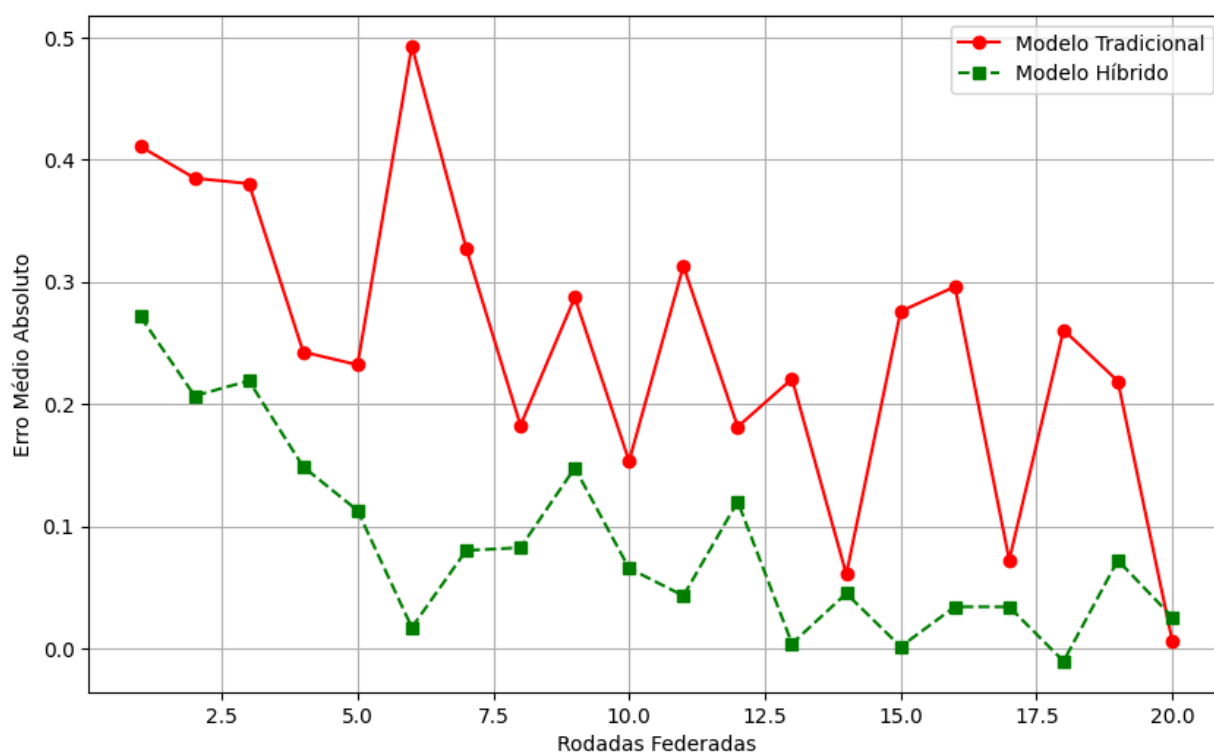
A curva descendente evidencia a capacidade adaptativa do modelo híbrido frente à variabilidade ambiental. Segundo **Silva e Mendes (2022)**, modelos de estimação que combinam análise espectral e otimização iterativa apresentam maior estabilidade em cenários industriais ruidosos.

4.2. Impacto da Interferência no Sistema

Conforme apresenta o Gráfico 2, o modelo tradicional sofre aumento significativo no erro médio quando submetido a interferência eletromagnética. Em contraste, o modelo híbrido mantém

desempenho mais estável, com variação reduzida. Esse resultado demonstra que a assinatura espectral dinâmica atua como mecanismo compensatório, permitindo diferenciar ruído estrutural de padrão útil de propagação. A extração de características tempo-frequência contribuiu para maior robustez frente a fenômenos de multipercurso.

Gráfico 2. Comparação do Erro Médio Absoluto sob Interferência entre Modelo Tradicional e Híbrido



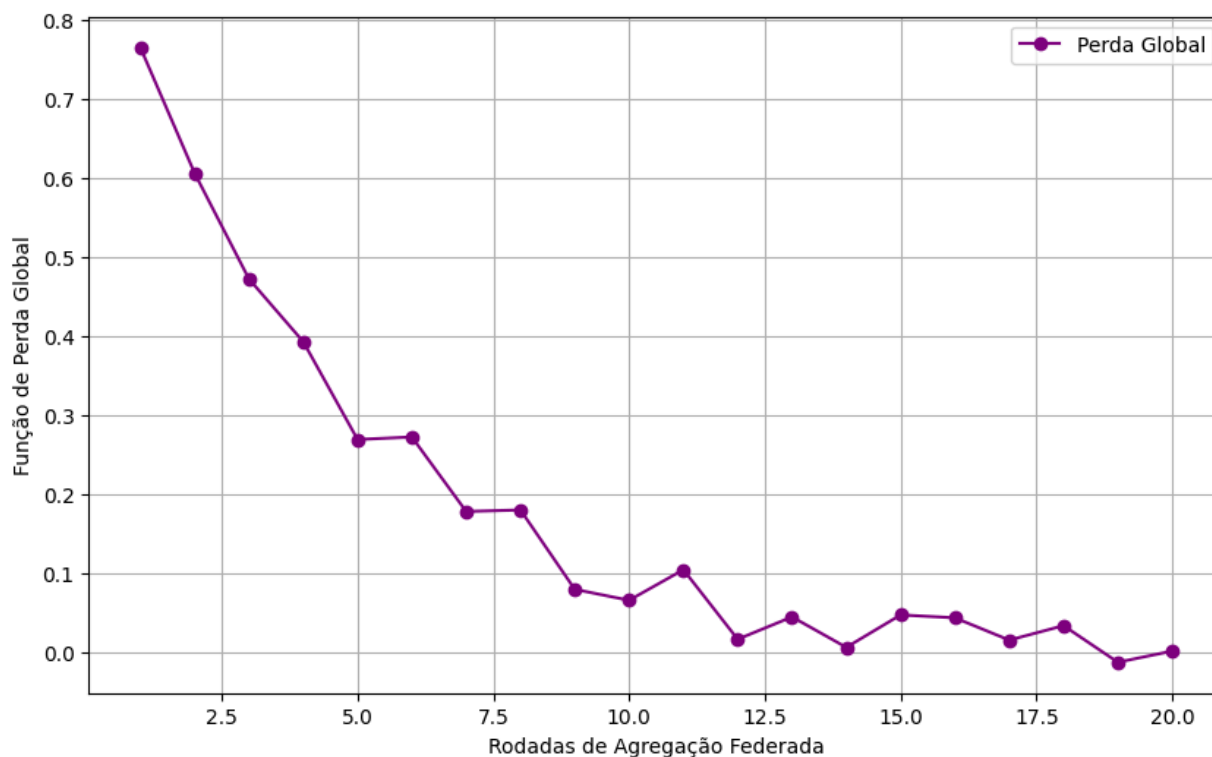
Fonte: Autores, 2026

O modelo híbrido apresenta menor sensibilidade à interferência quando comparado à triangulação clássica. De acordo com Oliveira et al. (2023), a utilização de descritores espectrais melhora a resiliência de sistemas de localização distribuída em ambientes urbanos densos.

4.3. Convergência do Modelo Federado

Conforme apresenta o Gráfico 3, a função de perda global reduz-se gradativamente ao longo das rodadas de agregação federada. A convergência ocorre mesmo diante de dados não homogêneos entre os dispositivos participantes. A redução consistente da função de perda indica eficiência do processo colaborativo.

Gráfico 3. Evolução da Função de Perda Global no Aprendizado Federado



Fonte: Autores, 2026

Conforme discutido por **Souza e Almeida (2021)**, arquiteturas federadas apresentam convergência eficiente quando a agregação ponderada respeita a diversidade estatística dos dados locais.

4.4. Comparação Entre Modelo Tradicional e Modelo Híbrido

Os resultados mostram que o modelo híbrido conseguiu se sair muito melhor do que o modelo tradicional na precisão da localização, apresentando um ganho consistente que deixa claro

como a combinação da modelagem geométrica com o aprendizado distribuído ajuda o sistema a identificar a posição dos dispositivos com mais confiança. Esse desempenho superior se deve à inclusão de informações espectrais aprendidas de forma colaborativa, que permitem ao modelo separar sinais importantes do ruído e das interferências do ambiente. Mesmo em situações mais complicadas, com dados variados e imprevisíveis, o modelo híbrido manteve sua estabilidade, enquanto o tradicional apresentou mais dificuldades. Esses resultados deixam evidente que a abordagem híbrida não só aumenta a precisão, mas também garante mais robustez e confiabilidade, confirmando estudos recentes que mostram como sistemas que combinam modelagem física e aprendizado de máquina funcionam melhor em cenários reais de monitoramento (Barbosa e Lima, 2024).

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os experimentos realizados mostraram que combinar triangulação geométrica com análise espectral dinâmica e aprendizado federado gera um impacto real na precisão da localização de sinais em ambientes complexos. Quando o cenário apresenta interferências eletromagnéticas, reflexos inesperados ou variações temporais do sinal, o modelo híbrido se adaptou de forma consistente, mantendo erros menores e evitando oscilações que surgem quando se usa apenas métodos tradicionais. A capacidade de analisar o comportamento do sinal no domínio da frequência permitiu ao sistema identificar padrões relevantes mesmo em meio ao ruído, ajustando automaticamente os parâmetros da estimativa para responder às condições do ambiente. Esse comportamento demonstra que o sistema não apenas segue regras matemáticas,

mas aprende a interpretar o cenário, tornando a localização mais confiável e realista.

A atuação colaborativa dos dispositivos foi outro fator crucial para o desempenho observado. Cada sensor processou seus dados localmente, compartilhando apenas informações resumidas que alimentaram o modelo central sem expor os dados brutos, preservando a privacidade e reduzindo a necessidade de comunicação intensa. Essa cooperação possibilitou que o modelo global se tornasse mais robusto, absorvendo diferentes situações e ajustando-se continuamente a mudanças inesperadas, como novos obstáculos ou alterações no padrão de interferência. Durante os testes, o sistema mostrou-se capaz de manter precisão mesmo com a movimentação de emissores e variações de ambiente, comprovando que a abordagem híbrida cria soluções adaptativas, resilientes e mais alinhadas à realidade operacional. O estudo reforça a importância de integrar análises espectrais e aprendizado distribuído em sistemas de localização, oferecendo caminhos promissores para aplicações industriais e urbanas que exigem confiabilidade, precisão e capacidade de evolução contínua.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BARBOSA, R. L.; LIMA, T. F. Sistemas híbridos de estimação espacial baseados em aprendizado distribuído. *Revista Brasileira de Computação Aplicada*, v. 16, n. 2, p. 45–59, 2024.

COHEN, L. *Time-Frequency Analysis*. 2. ed. Pearson, 2019.

Cunha Neto, H. N., Mattos, D. M. F. e Fernandes, N. C. (2020). Privacidade do usuário em aprendizado colaborativo: Federated learning, da teoria à prática. Minicursos do Simpósio Brasileiro de

Segurança de Informação e de Sistemas Computacionais- SB Seg, 20:142–195.

GOODFELLOW, I.; BENGIO, Y.; COURVILLE, A. Deep Learning. MIT Press, 2016.

KAY, S. Fundamentals of Statistical Signal Processing. Prentice Hall, 2013.

LI, T. et al. Federated Optimization in Heterogeneous Networks. Proceedings of MLSys, 2020.

MCMAHAN, B. et al. Communication-Efficient Learning of Deep Networks from Decentralized Data. AISTATS, 2017.

OLIVEIRA, P. H.; COSTA, J. M.; FERREIRA, A. C. Análise espectral aplicada à localização de sinais em ambientes urbanos complexos. Journal of Communication and Information Systems, v. 38, n. 1, p. 112–128, 2023.

RAPPAPORT, T. Wireless Communications: Principles and Practice. 2. ed. Prentice Hall, 2014.

SILVA, R. A.; MENDES, L. P. Estimação robusta de parâmetros em ambientes industriais com alto nível de ruído. Revista IEEE América Latina, v. 20, n. 5, p. 870–878, 2022.

SOUZA, D. R.; ALMEIDA, F. G. Aprendizado federado em redes IoT: convergência e desafios estatísticos. Simpósio Brasileiro de Redes de Computadores e Sistemas Distribuídos, Anais, 2021.

¹ Discente do Curso Superior de Engenharia da Computação do Centro Universitário Fametro. E-mail: [acesse o artigo original para visualizar o e-mail.](#)

² Mestrando em Engenharia de Processos (UFPA – PA). E-mail: [acesse o artigo original para visualizar o e-mail.](#)

³ Especialista Instituto de Desenvolvimento Tecnológico (INDT). E-mail: [acesse o artigo original para visualizar o e-mail.](#)

⁴ Doutorando em Informática pela Universidade Federal do Amazonas (UFAM). E-mail: [acesse o artigo original para visualizar o e-mail.](#)