REVISTA TÓPICOS

https://revistatopicos.com.br – ISSN: 2965-6672

O MODELO TPACK E O SOFTWARE GEOGEBRA: UMA INVESTIGAÇÃO SOBRE FRAÇÕES CONTÍNUAS E SUAS MÚLTIPLAS REPRESENTAÇÕES

DOI: 10.5281/zenodo.18111915

Altamir Gomes de Sousa[1]

RESUMO

Este trabalho busca analisar como as tecnologias de informação e comunicação podem enriquecer o ensino da matemática, com ênfase no uso do software GeoGebra como uma ferramenta de investigação e mediação. A base teórica do estudo é o modelo TPACK, que combina conhecimentos tecnológicos, pedagógicos e de conteúdo, com o objetivo de superar a separação entre álgebra e geometria. Por meio de uma revisão bibliográfica de abordagem qualitativa, investigamos como a manipulação de diferentes representações ajuda na compreensão de conceitos complexos, como o Algoritmo de Euclides, o Retângulo de Ouro e as Frações Contínuas. O estudo destaca que a transição de ambientes de aprendizado mais passivos para espaços de participação ativa, inspirados nas ideias de Piaget e Montessori, permite que os estudantes conectem o concreto ao abstrato de forma mais dinâmica. Os resultados expõem que usar o GeoGebra, alinhado aos padrões do NCTM para processos e conteúdos, favorece uma

aprendizagem mais significativa, diminui a carga cognitiva e estimula o interesse pelas áreas STEM. Conclui-se que, quando bem integrada, a tecnologia funciona como um verdadeiro catalisador na descoberta dos padrões matemáticos e na construção de uma comunidade de aprendizagem mais inclusiva e colaborativa.
Palavras-chave: GeoGebra. TPACK. Frações Contínuas.

ABSTRACT
This work seeks to analyze how information and communication technologies can enrich mathematics education, with an emphasis on the use of GeoGebra software as a tool for investigation and mediation. The theoretical foundation of the study is the TPACK model, which combines technological, pedagogical, and content knowledge, aiming to overcome the separation between algebra and geometry. Through a qualitative bibliographic review, we investigate how the manipulation of different representations aids in the understanding of complex concepts, such as the Euclidean Algorithm, the Golden Rectangle, and Continued Fractions. The study highlights that the transition from passive learning environments to spaces of active participation, inspired by the ideas of Piaget and Montessori, allows students to connect the concrete to the abstract in a more dynamic way. The results show that using GeoGebra, aligned with NCTM standards for processes and content, favors more meaningful learning, reduces cognitive load, and stimulates interest in STEM fields. It is concluded that, when well-integrated, technology acts as a true catalyst in the discovery of mathematical patterns and in the building of a more inclusive and

collaborative learning community.
Keywords: GeoGebra, TPACK, Continued Fractions.

1. INTRODUÇÃO

A educação matemática nos dias de hoje pede uma mudança de modelos mais passivos para ambientes de aprendizagem mais ativos e interativos. Ao longo da história, pensadores como Piaget e Montessori já ressaltavam a importância de ligar o contato com o concreto — o famoso mãos à obra — à compreensão mais abstrata. Atualmente, essa conexão ganha ainda mais força com o uso de tecnologias novas, especialmente os softwares de matemática dinâmica. Esses instrumentos permitem que os estudantes construam seu entendimento de áreas como geometria, álgebra e cálculo de uma forma mais integrada e envolvente.

Este trabalho se dedica a analisar como várias formas de representação matemática — tanto as externas, como gráficos, fórmulas e diagramas, quanto as internas, ou seja, as construções mentais — são mediadas pelo uso do software GeoGebra. O foco é entender como esses recursos contribuem para a integração entre os Padrões de Conteúdo e os Padrões de Processo do *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM). Além disso, explora-se de que maneira a manipulação digital de conceitos como Frações Contínuas, o Algoritmo de Euclides e o Retângulo de Ouro pode facilitar a compreensão dos conceitos matemáticos.

O desafio de pesquisa está na fragmentação do ensino tradicional, que constantemente separa a álgebra da geometria, levando a um conhecimento pouco integrado. A questão principal é: como o uso combinado das representações no GeoGebra pode ajudar alunos e professores em atividade a perceberem que os conceitos matemáticos permanecem invariantes, além dos símbolos? Ou seja, como essa abordagem pode superar as limitações de um ensino que fica focado apenas nas manipulações algébricas?

A justificativa para este estudo surge da necessidade de capacitar professores por meio do modelo TPACK (Conhecimento Tecnológico, Pedagógico e de Conteúdo), no qual o uso da tecnologia não fica separado do conteúdo e da pedagogia. A importância da pesquisa está na possibilidade de usar ferramentas gratuitas e multiplataforma para democratizar o acesso a um ensino de alta qualidade em STEM. Essas ferramentas podem tornar conceitos complexos e abstratos, como os de Euler e Lagrange, mais visuais, transparentes e acessíveis, ajudando a reduzir a carga cognitiva dos estudantes e melhorando sua capacidade de compreensão e retenção.

Este artigo tem como objetivo explorar de que forma o software GeoGebra funciona como uma ferramenta de investigação, colaborando na promoção de maior flexibilidade na troca entre múltiplas representações matemáticas. Dessa forma, ele facilita a descoberta de padrões e a construção de conexões importantes entre álgebra e geometria.

A pesquisa foi feita por meio de uma revisão bibliográfica de abordagem qualitativa. O período analisado abrangeu publicações desde os anos 1989 até 2025, incluindo estudos recentes sobre o uso do GeoGebra. A análise teve como cerne reunir e apresentar os principais conceitos teóricos aplicados a exemplos práticos de exploração geométrica dinâmica.

O percurso teórico destaca a importância de usar diversas formas de representação na aprendizagem da matemática, como gráficos, fórmulas e diagramas, e como a tecnologia, especialmente o ferramenta GeoGebra, ajuda a superar as limitações do ensino tradicional ao integrar esses diversos registros. Além do que, discute a formação dos professores e a aplicação prática de conceitos históricos por meio da tecnologia.

O artigo também faz uma conexão entre a teoria pedagógica moderna (TPACK) e uma sequência didática específica: as Frações Contínuas. Para finalizar, aborda a evolução da pedagogia na matemática, apoiando-se em teorias de aprendizagem ativa e no uso da tecnologia como recursos para promover inclusão e despertar o interesse por carreiras científicas na área de STEM.

2. CONSOLIDANDO CONCEITOS E REFLEXÕES MATEMÁTICAS USANDO O GEOGEBRA

As representações geralmente são entendidas como elementos que substituem ou simbolizam algo diferente (AGUIAR *et al.*, 2025). Esses símbolos têm uma importância fundamental no processo de ensino e aprendizado de matemática. Eles possibilitam que conceitos matemáticos sejam comunicados de maneira clara e coerente aos estudantes, além de criar uma linguagem comum entre professores e alunos. Essa linguagem facilita a expressão de ideias, o compartilhamento de pensamentos e a reflexão em grupo sobre conceitos matemáticos em análise. Do ponto de vista do aprendizado, as representações ajudam na compreensão, fixação e consolidação de conceitos matemáticos.

Defensores da abordagem construtivista afirmam que a mente humana não guarda conceitos abstratos de forma direta. Em vez disso, ela trabalha com simbolismos que encapsulam o significado essencial de ideias matemáticas (VAZ, 2012). Os estudantes possuem suas ideias matemáticas armazenadas forma de algum tipo de representação simbólica, como notações, diagramas ou analogias. Para resolver problemas, eles acessam e interpretam esses códigos, decodificando-os para recuperar as informações necessárias. Assim, essas representações podem aliviar a carga cognitiva, permitindo que a mente armazene e manipule uma quantidade significativa de dados em um espaço mental relativamente reduzido.

As representações desempenham um papel fundamental não apenas na preservação de conceitos matemáticos, mas também no processo de raciocínio pessoas. Por exemplo, a representação visual de um não se limita a guardar alguns detalhes sobre essa figura; ela funciona como uma mental que ajuda a refletir sobre a sua essência e suas características. Dessa maneira, uma concepção matemática não existe isoladamente do seu conceito, pois ela é fundamental na forma como refletimos e entendemos esses princípios.

Na literatura, as formas de representação se dividem em duas categorias principais: as representações externas e as internas (BREDA; TROCADO; SANTOS, 2013). As representações externas envolvem construções físicas, como expressões algébricas, gráficos ou diagramas desenhados ou escritos em papel, que os professores utilizam para ilustrar conceitos matemáticos aos estudantes. Essas representam entidades visíveis, seja por meio da fala, da escrita ou de qualquer outro formato perceptível. Por exemplo, uma curva desenhada em um papel pode representar uma função para quem observa. Por outro lado, as representações internas são construções mentais feitas pelos indivíduos ao interagirem e refletirem sobre as representações externas (CABRAL; ALMEIDA, 2020). Elas são produtos da mente, e, por isso, as concepções internas de um mesmo conceito matemático podem variar de uma pessoa para outra.

A compreensão profunda da matemática pode ser atingida quando os estudantes constroem diversas formas de representação e estabelecem conexões funcionais entre elas (SEPTIAN *et al.*, 2020). Essa perspectiva tem sido reforçada por vários pesquisadores (ZULNAIDI; ZAMRI, 2017; RABI *et al.*, 2021; ZHANG *et al.*, 2025), que defendem que as ligações entre diferentes representações e ideias são essenciais para o desenvolvimento do conhecimento conceitual. Portanto, a aptidão dos estudantes para perceber as conexões entre diversas representações e ideias é considerada essencial para o desenvolvimento do entendimento matemático.

A ideia fundamental é que uma representação cuidadosamente selecionada consegue comunicar uma parte do significado de um conceito matem. No entanto, ao estabelecer ligações entre diferentes representações, é possível criar uma compreensão mais clara, coesa e integrada.

Conforme Thompson (2009), o entendimento individual de uma pessoa sobre o conceito de função se desenvolve ao perceber que esse conceito central é estável, mesmo quando apresentado através de várias formas distintas de representação:

https://revistatopicos.com.br – ISSN: 2965-6672

> *O conceito central de função não é representado por nada do que comumente chamamos de múltiplas representações de função, mas, em vez disso, o estabelecimento de conexões entre as atividades representacionais produz um sentido subjetivo de invariância... Pode ser equivocado focar em gráficos, expressões ou tabelas como representações de função. Em vez disso, deveríamos focar neles como representações de algo que, da perspectiva do aluno, seja representável, como o aspecto de uma situação específica (p. 39).*

No ensino e na aprendizagem da matemática, diferentes formas de representar conceitos são empregadas. Entre elas, destacam-se os gráficos e as expressões algébricas, que estão presentes nos currículos atuais e nas práticas diárias em salas de aula ao redor do mundo. Conforme os objetivos pedagógicos, essas representações podem servir para esclarecer um conceito matemático, mostrar as conexões entre várias ideias ou criar um modelo matemático que auxilie na resolução de uma questão ou desafio.

Apesar de sua relevância, o papel das representações muitas vezes não recebe a devida atenção no currículo convencional (HOHENWARTER, 2014). Frequentemente, as expressões algébricas e os gráficos cartesianos são abordados como elementos separados, sem uma integração clara entre eles. As metodologias tradicionais de ensino do cálculo, tanto o básico quanto o avançado, costumam limitar-se a ensinar manipulações de expressões algébricas, deixando de lado a relação que essas representações têm com suas representações visuais, como os gráficos.

Estudantes que seguem métodos tradicionais geralmente acabam formando um entendimento pouco consolidado, no qual atribuem as características de um conceito matemático às suas representações visuais ou expressões, e não ao próprio conceito. Por exemplo, eles associam os gráficos ou fórmulas às propriedades do conceito, ao invés de compreenderem a essência do mesmo (MCGEE; MOORE-RUSSO, 2015). Além de que, quem não consegue fazer ligações entre as representações algébricas e gráficas encontra grandes obstáculos para entender verdadeiramente os conceitos matemáticos.

Vamos pensar em um exemplo simples: imagine duas funções, uma quadrática, $f(x) = x^2$, e uma constante, $g(x) = 4$, ambas definidas no mesmo conjunto. Se manipulássemos essas funções algebricamente, poderíamos criar uma nova, $h(x) = x^2 + 4$. No entanto, essa operação por si só não garante que quem a fez entenda o verdadeiro significado de somar funções. Para compreender de fato esse conceito, é importante visualizar como a soma afeta os gráficos de cada uma delas — ou seja, para cada valor de x, os resultados de f(x) e g(x) são somados. Como g(x) é uma constante de valor 4, ela acrescenta esse valor a todos os pontos do gráfico de f(x). Por isso, o

https://revistatopicos.com.br – ISSN: 2965-6672

gráfico de h(x) é simplesmente o gráfico de f(x) movido para cima em 4 unidades ao longo do eixo y.

Logo, como os professores e profissionais de educação matemática podem atuar para ampliar a capacidade dos estudantes de transitar com facilidade entre representações algébricas e gráficas, promovendo uma compreensão mais profunda dos conceitos matemáticos? Métodos tradicionais, centrados no uso de giz e quadro-negro, parecem não ser eficazes para desenvolver essa habilidade de forma mais eficiente.

Atualmente, os avanços na tecnologia voltada à educação abriram portas para novas possibilidades de ensino. Diversos programas de computador foram criados para auxiliar os estudantes em sua jornada de aprendizagem. Entre eles, destacam-se os Sistemas de Álgebra Computacional, como o Maple, e os Softwares de Geometria Dinâmica, como o Cabri. Cada um desses recursos possui características específicas: o CAS é especializado na manipulação simbólica de expressões algébricas, enquanto o DGS permite explorar de forma interativa as conexões entre diferentes elementos geométricos.

Ao longo dos anos, esses programas passaram por diversas atualizações para aprimorar o ensino e a compreensão de diferentes conceitos matemáticos. O CAS foi reformulado para oferecer recursos de visualização geométrica, enquanto o DGS recebeu melhorias que incorporaram funcionalidades algébricas. Recentemente, Hohenwarter (2014) criou um software inovador chamado GeoGebra, que combina de forma eficiente as funções do CAS e do DGS, facilitando a integração entre representações simbólicas e geométricas das ideias matemáticas.

3. O USO DO MODELO TPACK NO ENSINO DE FRAÇÕES CONTÍNUAS

A crescente demanda por capacitar professores a utilizarem a tecnologia de forma efetiva em sala de aula tem se intensificado rapidamente. Contudo, possuir conhecimento técnico sozinho não garante uma aplicação adequada no escolar. Nos últimos dez anos, tem sido cada vez mais discutido o que exatamente os docentes precisam saber para integrar a tecnologia ao seu ensino de maneira eficaz (ISTE, 2000; NCTM, 2000).

Mishra e Koehler (2006) propuseram o conceito de "Conhecimento Tecnológico Pedagógico do Conteúdo" / *Technological and Pedagogical Content Knowledge* (TPACK), uma teoria que explica o tipo de entendimento que o professor deve ter para incorporar a tecnologia de forma integrada e significativa. É importante destacar que o domínio da tecnologia não deve ser separado do conteúdo ensinado; uma boa prática na educação matemática, por exemplo, requer uma compreensão de como essa tecnologia se relaciona com estratégias pedagógicas e conceitos matemáticos (HUGHES, 2005).

A teoria das frações contínuas tem raízes que remontam à época de Euclides, mas o GeoGebra oferece uma oportunidade de trazer esse conceito antigo para a era atual. Com suas ferramentas dinâmicas, os estudantes podem explorar de forma interativa como certos números podem ser representados de maneira elegante por meio de frações contínuas. E depois, ao visualizar as representações geométricas, fica mais fácil compreender a essência dessa teoria, tornando o aprendizado mais acessível e envolvente.

Em 1737, Euler que qualquer número racional pode ser representado por uma fração contínua simples e finita. Hoje, com o GeoGebra, nossos professores podem explorar essa descoberta de forma visual e interativa. O software facilita a criação de retângulos com lados racionais, permitindo uma compreensão mais concreta do conceito. A partir desses retângulos, é possível dividi-los em quadrados de tamanhos sistematicamente definidos. Ao preencher o retângulo com os maiores quadrados que cabem dentro dele, suas dimensões podem ser expressas como uma fração própria e, posteriormente, convertidas em uma fração contínua, tornando o aprendizado mais envolvente e acessível.

A ligação entre álgebra e a representação geométrica das frações contínuas é clara e de grande impacto. Ao usar o GeoGebra para representar geometricamente frações contínuas finitas os educadores têm a chance de explorar uma maneira de compreender números racionais que está intimamente ligada ao Algoritmo de Euclides. Este método, que é ao mesmo tempo sofisticado e elegante, facilita a do máximo divisor comum ao se visualizar sua forma geométrica no software.

Após essa descoberta, surge uma dúvida natural: o que ocorre com números que não são racionais? Ao experimentar no GeoGebra com o Retângulo de Ouro, fica evidente que alguns números irracionais exibem um padrão interessante em suas expansões em frações contínuas, e que essas expansões

https://revistatopicos.com.br – ISSN: 2965-6672

são infinitas. O Retângulo de Ouro se mostra uma ferramenta ideal para essa exploração, pois a expressão da razão áurea como uma fração contínua é tão harmoniosa quanto a própria proporção. A partir dessa representação, é possível estudar como a razão áurea se aproxima por meio das frações contínuas, além de estabelecer uma conexão natural com os números de Fibonacci.

Mais investigações no GeoGebra revelam que apenas os números que resolvem equações quadráticas possuem expansões em frações contínuas periódicas. Uma descoberta ainda mais impactante é a relação entre a representação geométrica e a periodicidade dessas expansões. Lagrange foi pioneiro ao usar frações contínuas para determinar valores de raízes irracionais e demonstrou que toda raiz real de um número irracional quadrático se manifesta por meio de uma fração contínua periódica.

O tema das frações contínuas é um campo fascinante da matemática, re de ligações com o conteúdo ensinado na escola. Os educadores têm a oportunidade de explorar diversas maneiras de ilustrar números racionais e irracionais por meio de representações geométricas. O algoritmo de Euclides, usado para determinar o máximo divisor comum, pode ser entendido de forma visual, facilitando a compreensão. A relação entre periodicidade e semelhança também é um aspecto surpreendente nesse estudo. Pesquisas indicam que os alunos aprendem melhor a atribuir significado aos símbolos e procedimentos matemáticos quando podem criar, manipular e interpretar representações gráficas que fazem sentido para eles.

https://revistatopicos.com.br – ISSN: 2965-6672

Ao trabalhar esse tema, os professores não apenas aprofundam seus conhecimentos em matemática, mas também aprimoram suas habilidades com tecnologia, ao aprenderem a construir representações geométricas no GeoGebra. Depois, vivenciam uma abordagem pedagógica enriquecedora, baseada na investigação e na descoberta, construindo sua própria compreensão do conteúdo enquanto promovem uma aprendizagem mais significativa para os estudantes.

4. EXPLORANDO A RELAÇÃO ENTRE GEOMETRIA, MEDIDAS E ÁLGEBRA COM O USO DO GEOGEBRA PARA ESTUDANTES DO ENSINO FUNDAMENTAL

Ao longo do tempo, diversas pesquisas conduzidas por especialistas de destaque na área de educação matemática têm evidenciado a importância de promover uma participação ativa e interativa dos estudantes em sala de aula (NCTM, 1989, 1991; COBB; YACKEL; WOOD, 1993). Pensadores como Jean Piaget, Maria Montessori e Marilyn Burns desempenharam papéis fundamentais na transformação do modo como ensinamos matemática, defendendo o uso de materiais manipulativos e a construção de pontes entre o mundo concreto (*hands-on*), as representações e a compreensão mais abstrata dos conceitos matemáticos (PIAGET, 2021; MONTESSORI, 2014; BURNS, 2004) . Atualmente, a maioria dos educadores busca criar ambientes onde os alunos estejam engajados e possam desenvolver sua própria compreensão das ideias matemáticas, aproveitando as tecnologias mais modernas disponíveis.

https://revistatopicos.com.br – ISSN: 2965-6672

No cenário atual, há uma forte aposta no potencial das tecnologias para facilitar o ensino da matemática e estimular o interesse de um número crescente de estudantes pelas áreas de STEM — Ciências, Tecnologia, Engenharia e Matemática. Ferramentas como o GeoGebra representam uma excelente estratégia para abordar tópicos essenciais dessas disciplinas, ao mesmo tempo em que envolvem os alunos na aprendizagem e atendem às novas diretrizes curriculares que regem o ensino da matemática nas escolas (HOMA, 2020).

O GeoGebra é uma ferramenta inovadora e humanizada que enriquece o ambiente educacional ao oferecer recursos tecnológicos acessíveis para o ensino de matemática. Quando utilizado em sala de aula, esse recurso coloca a tecnologia como aliada fundamental na aprendizagem do século XXI, promovendo a conexão entre princípios e padrões de processo com os conteúdos a serem ensinados. Sua implementação garante que todos os estudantes tenham contato com os cinco principais padrões de conteúdo matemático, apoiando estratégias centradas no aluno e atendendo às diversas formas de aprender de cada um. Com essa tecnologia, os estudantes podem construir de forma ativa seu entendimento sobre geometria, medição e álgebra, tornando-se protagonistas do próprio aprendizado.

Ao incorporar o GeoGebra na abordagem dos currículos, como o Common Core, os alunos podem realizar uma variedade de atividades: criar desenhos usando ferramentas de polígonos e círculos, medir ângulos e distâncias, ajustar valores com controles deslizantes em problemas variados, além de inserir imagens para ilustrar as soluções matemáticas. Ainda, essa plataforma possibilita que eles compreendam conceitos como perímetro como uma

https://revistatopicos.com.br – ISSN: 2965-6672

característica de figuras planas, diferenciem medidas lineares de área e desenvolvam raciocínio lógico sobre formas e suas propriedades.

Professores dedicados à Matemática podem explorar ao máximo as possibilidades do GeoGebra para promover maior compreensão entre os estudantes, despertar seu interesse pela disciplina e fortalecer suas habilidades matemáticas. Essa ferramenta gratuita, multiplataforma e dinâmica atende a todos os níveis de ensino, integrando áreas como geometria, álgebra, tabelas, gráficos, estatística e cálculo em um único ambiente fácil de usar. Com uma comunidade global composta por usuários e desenvolvedores em 190 países, o software está disponível em 55 idiomas e é baixado aproximadamente 300 mil vezes por mês através de seu portal oficial, oferecendo acesso totalmente gratuito a quem deseja transformar a experiência de aprender matemática (SIREGAR, 2025).

No contexto das interligações no ensino da matemática, surge a questão de como o professor pode aproveitar a prática da reflexão para construir ambientes de aprendizagem mais estimulantes e significativos. Nesses espaços, observa-se uma integração natural entre resolução de problemas, raciocínio, demonstração, comunicação, estabelecimento de conexões matemáticas e representação, abrangendo áreas como números e operações, álgebra, geometria, medições e análise de dados (NCTM, 2000).

Embora os cinco padrões de conteúdo representem o núcleo do currículo, os padrões de processo são essenciais para manter sua vitalidade; se os conteúdos indicam "o que" ensinar, os processos revelam o "como" ensinar e "como" os estudantes aprendem (NCTM, 2000). Apesar de serem parte integrante do currículo, muitos professores buscam maneiras de dar sentido aos padrões de processo dentro do seu cotidiano pedagógico.

As ligações entre os padrões estaduais e os do NCTM têm como objetivo enfrentar os desafios de uma diferenciação mais efetiva no ensino na educação básica. Existem estratégias poderosas e acessíveis, como o uso de questões abertas e tarefas paralelas, que estimulam diálogos mais inclusivos e ampliam a participação dos estudantes (SMALL, 2012). É crucial oferecer orientações que promovam uma comunidade de aprendizagem mais acolhedora, onde o diálogo matemático envolva alunos em diferentes níveis de entendimento. Ao incorporar a tecnologia e trabalhar os padrões por meio de conexões estratégicas para uma aprendizagem sólida, os estudantes podem colaborar e utilizar softwares para alcançar níveis mais elevados de compreensão matemática.

Chytas *et al*., (2024) demonstram que, diante dos novos currículos, é necessário capacitar os professores tanto em conteúdos atualizados quanto em ferramentas tecnológicas como o GeoGebra para que possam atuar com maior eficácia. O domínio tecnológico não deve estar separado do conteúdo; uma formação sólida em matemática exige entender como a tecnologia está intrinsecamente ligada à pedagogia e ao conhecimento matemático.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho teve como objetivo principal explorar o potencial do software GeoGebra como uma ferramenta de investigação, capaz de promover maior flexibilidade na compreensão das diferentes representações matemáticas. Ao analisar a separação entre álgebra e geometria, a pesquisa evidenciou que o uso integrado de registros dinâmicos consegue responder ao problema inicial: quando a tecnologia é mediada pelo conhecimento do professor, ela permite que os alunos percebam que os conceitos permanecem invariantes, mesmo além dos símbolos. A manipulação digital de temas como frações contínuas e o algoritmo de Euclides se mostrou uma ponte eficaz para transformar ideias abstratas, que muitas vezes parecem distantes da história, em compreensões visuais e mais concretas.

Os resultados teóricos apontam que a integração entre os padrões de conteúdo e processo do NCTM é fortalecida pela natureza dinâmica do GeoGebra. A análise revelou que usar visualizações geométricas, como o Retângulo de Ouro, ajuda a diminuir a carga cognitiva ao estudar números irracionais. O modelo TPACK é fundamental: o sucesso da ferramenta não depende apenas do software, mas da habilidade do professor em combinar tecnologia, pedagogia e conteúdo de forma integrada. Ademais, trabalhar com padrões e fazer descobertas guiadas contribui para uma aprendizagem mais significativa, aproximando o aluno do jeito de fazer matemática de Euler e Lagrange.

Optar por uma revisão bibliográfica de abordagem qualitativa permitiu construir um panorama histórico e teórico sólido, conectando os conceitos clássicos da psicologia da aprendizagem, como Piaget e Montessori, às demandas atuais na área de STEM. Mesmo que essa metodologia não forneça dados estatísticos sobre a aplicação em sala de aula, ela oferece a fundamentação epistemológica essencial para apoiar o uso do GeoGebra como um ambiente que media as representações internas e externas do estudante.

A principal limitação deste estudo está no período considerado e na abordagem teórica adotada, que não incluiu a observação direta das práticas docentes nem avaliou como o uso dessas ferramentas afeta estudantes com diferentes níveis de letramento digital.

Para pesquisas futuras, recomenda-se realizar estudos do tipo pesquisa-ação ou estudos de caso, aplicando a sequência didática de frações contínuas em turmas da Educação Básica para verificar o impacto no aprendizado. Também seria interessante explorar como a inteligência artificial pode ser integrada ao GeoGebra para fornecer feedback imediato em tarefas investigativas. Além disso, sugere-se ampliar a análise do modelo TPACK em programas de formação continuada de professores, especialmente em âmbitos nos quais há vulnerabilidade tecnológica.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AGUIAR, Luciene Littig *et al*. GeoGebra: análise da eficácia do uso de tecnologias interativas no ensino de Matemática. **Caderno Pedagógico**, v. 22, n. 4, p. e13927, 2025.

BREDA, Ana; TROCADO, Alexandre; SANTOS, José. O GeoGebra para além da segunda dimensão. **Indagatio Didactica**, v. 5, n. 1, p. 61-84, 2013.

BURNS, Marilyn. Escrita em matemática. **Liderança Educacional**, v. 62, n. 2, p. 30-33, 2004.

CABRAL, Clara Alice Ferreira; ALMEIDA, Talita Carvalho Silva. Semelhança de triângulos e GeoGebra: uma alternativa de ensino por meio de representações dinâmicas. **Revista Sergipana de Matemática e Educação Matemática**, v. 5, n. 1, p. 358-375, 2020.

CHYTAS, Christos *et al*. Computational thinking in secondary mathematics education with GeoGebra: Insights from an intervention in calculus lessons. **Digital Experiences in Mathematics Education**, v. 10, n. 2, p. 228-259, 2024.

COBB, P.; YACKEL, E.; WOOD, T. Theoretical orientation. *In*: WOOD, T. *et al*. (Eds.). **Rethinking elementary school mathematics**: insights and issues, Monograph #6. Reston, VA: NCTM, 1993.

HOHENWARTER, Markus. Multiple representations and GeoGebra-based learning environments. **Union: Revista Iberoamericana de Educación Matemática**, v. 10, n. 39, 2014.

HOMA, Agostinho Iaqchan Ryokiti. Atividade com simuladores no GeoGebra. **Aprende con Ciencia**, v. 1, n. 1, p. 59-69, 2020.

HUGHES, Joan. O papel do conhecimento do professor e das experiências de aprendizagem na formação de uma pedagogia integrada à tecnologia. **Journal of Technology and Teacher Education**, v. 13, n. 2, p. 277-302, 2005.

ISTE. **National Educational Technology Standards for Teachers**. Eugene: International Society for Technology in Education, 2000.

MCGEE, Daniel; MOORE-RUSSO, Deborah. Using a Technology-Supported Approach to Preservice Teachers' Mathematical Fluency: Unifying Mathematical Concepts and their Representations. **Contemporary Issues in Technology and Teacher Education**, v. 15, n. 4, p. 489-513, 2015.

MISHRA, Punya; KOEHLER, Matthew J. Technological pedagogical content knowledge: A framework for teacher knowledge. **Teachers College Record**, v. 108, n. 6, p. 1017-1054, 2006.

MONTESSORI, Maria. **Para educar o potencial humano**. Campinas: Papirus Editora, 2014.

NCTM. **Principles and standards for school mathematics**. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics, 2000.

______. **Professional standards for teaching mathematics**. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics, 1991.

PIAGET, Jean. **A linguagem e o pensamento do menino**. [S.l.]: [s.n.], 2021. (Reedição).

RABI, Fazli *et al*. The impact of the use of GeoGebra on student's mathematical representation skills and attitude. **European Journal of Education Studies**, v. 8, n. 12, 2021.

SEPTIAN, A. *et al*. Mathematical representation ability through geogebra-assisted project-based learning models. *In*: **Journal of Physics: Conference Series**. IOP Publishing, 2020. p. 012019.

SIREGAR, Torang. **Praticidade e eficácia de materiais de aprendizagem de cálculo online com o auxílio do GeoGebra**. [S.l.]: [s.n.], 2025.

SMALL, Marian. **Boas perguntas**: ótimas maneiras de diferenciar o ensino da matemática. Nova York: Teachers College Press, 2012.

THOMPSON, Mark. **Métodos de Matemática Aplicada**. [S.l.]: Clube de Autores, 2009.

VAZ, Duelci Aparecido. Experimentando, Conjecturando, Formalizando e Generalizando: articulando investigação matemática com a geogebra. **Revista Educativa-Revista de Educação**, v. 15, n. 1, p. 39-51, 2012.

ZHANG, Ying *et al*. Dynamic visualization by GeoGebra for mathematics learning: a meta-analysis of 20 years of research. **Journal of Research on Technology in Education**, v. 57, n. 2, p. 437-458, 2025.

ZULNAIDI, Hutkemri; ZAMRI, Sharifah Norul Akmar Syed. The effectiveness of the GeoGebra software: The intermediary role of procedural knowledge on students' conceptual knowledge and their achievement in mathematics. **Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education**, v. 13, n. 6, p. 2155-2180, 2017.

[1] Doutorando em Ciências da Educação da Facultad Interamericanas de Ciencias Sociales, Assunção, Paraguai. E-mail: rymatlasemog@gmail.com